

EFS8AA : Éléments de base du génie électrique

G. Vinsard, S. Dufour

2A - Energie et Fluides - Année 2016/2017



Sommaire

1	Circuits électriques monophasé et triphasés	4
1.1	Les circuits électriques monophasés	4
1.2	Les circuits électriques triphasés équilibrés	7
1.3	Couplage Inductif	9
1.4	Références	11
1.5	Exercices	12
2	Production, transport et consommation d'énergie électrique	14
2.1	Les niveaux de tension	14
2.2	Les lignes	14
2.3	Les transformateurs	17
2.4	Répartition des puissances dans le réseau	18
2.5	Références	19
2.6	Exercices	20
3	Transformation de l'énergie électrique	22
3.1	La conversion à fréquence fixe	22
3.2	La conversion électronique	25
3.3	Références	26
3.4	Exercices	27
4	Machine asynchrone	30
4.1	Principe de fonctionnement	30
4.2	Modèle équivalent	30
4.3	Synthèse du modèle	33
4.4	Utilisations du moteur	34
4.5	Moteur asynchrone monophasé	35
4.6	Exercices	36
5	Convertisseurs électromécaniques	39
5.1	Un cadre tournant dans une induction magnétique uniforme	39
5.2	La commutation	40
5.3	Alternateur synchrone élémentaire	43

5.4	Coénergie magnétique	44
5.5	Références	45
5.6	Exercices	46
6	Démonstration d'éléments du génie électrique	49
6.1	Mesures de puissances sur un transformateur	49
6.2	Machine asynchrone	49
6.3	Alternateur synchrone	50
7	Étude de cas : Chauffage par induction	52
7.1	Description du dispositif inducteur + induit	52
7.2	Etude	53

Introduction et plan de l'enseignement

Le propos de l'enseignement est de décrire l'essentiel de ce qu'il faut savoir des différents objets du génie électrique ainsi que de leurs connexions en vue d'utilisations usuelles.

Il y a sept séances école et une séance entreprise (RTE), correspondant à

1. les circuits électriques monophasés et triphasés équilibrés ; le couplage inductif ;
2. la production, le transport et la consommation d'énergie électrique (modèles de réseaux électriques) ;
3. la transformation de l'énergie électrique (convertisseurs statiques : transformateurs et dispositifs électroniques) ;
4. la machine asynchrone (son fonctionnement du point de vue de l'utilisateur) ;
5. la conversion électromécanique (la machine à courant continu et les convertisseurs synchrones) ;
6. une séance de démonstration (à l'ENSEM) où les objets et leur fonctionnement seront montrés ;
7. une application de l'électricité où la séance se déroulera à étudier un dispositif de chauffage par induction à l'aide d'une documentation d'EDF.
8. une séance RTE (au dispatching de Villers-lès-Nancy) sur les réseaux (réglages de la fréquence et la gestion des transits).

Références globales

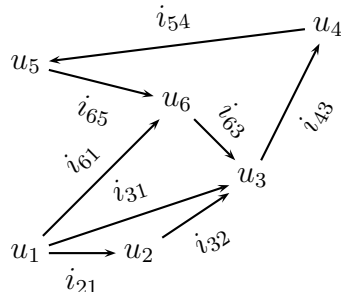
Chacun des chapitres contient une partie où sont cités des ouvrages en rapports avec eux, mais deux ouvrages généraux pourront être utilement consulté en cas de besoins :

- [1] J. Cladé, « Électrotechnique », Eyrolles, 1989.
- [2] T. Wildi, « Électrotechnique », DeBoeck Université, 2001.

1 Circuits électriques monophasé et triphasés

1.1 Les circuits électriques monophasés

D'un point de vue mathématique, un circuit électrique est un graphe aux nœuds duquel sont attachés des valeurs de potentiel électrique, dont les arêtes sont parcourues par des courants électriques; et tel qu'il existe une relation algébrique ou différentielle entre les courants d'arêtes et les différences de potentiel aux bornes de ces arêtes.



Ici les nœuds sont numérotés de 1 à 6; les valeurs de potentiels u_n sont nommés par le symbole u indicé par les numéros de nœuds; les valeurs de courant sont nommés par le symbole i double indicé par, dans l'ordre, le numéro de nœud vers lequel est dirigé le courant et le numéro de nœud d'où provient ce courant.

Les « courants incidents à un nœud donné » sont les courants dirigés vers ce nœud mais aussi ceux dont il est la provenance, mais alors dans ce dernier cas ils sont compté négativement. Par exemple les courants incidents au nœud No 3 sont : i_{32} , i_{31} , i_{63} et $-i_{43}$. La « tension aux bornes » ou « différence de potentiels » est

$$v_{nm} = u_n - u_m$$

Les lois régissant ces courants et tensions (lois de Kirchoff) s'énoncent alors comme

La somme des courants incidents à un noeud du circuit électrique est nulle; la somme des tensions aux bornes des arêtes le long d'un parcours fermé sur le circuit (une maille) est nulle.

Pour un circuit donné, les variables sont les tensions aux bornes (abrégées en « tension ») et les courants, soit donc pour un graphe de N nœuds et A arêtes : $2A$ variables. La loi aux noeuds comporte $N - 1$ relations indépendantes et la loi aux mailles $A - N + 1$; il ne manque plus donc que de définir A relations entre les courants et les tensions pour que l'ensemble de variables soient déterminées.

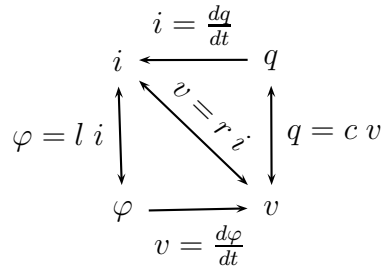
Idéographie des composants électriques

Les composants passifs sont

nom du composant	nom du coefficient	Unité	symbole	relation
résistance	résistance	Ω (Ohm)		$v = r i$
autoinductance	inductance	H (Henry)		$v = \frac{d\varphi}{dt}$ avec $\varphi = l i$
condensateur	capacité	F (Farad)		$i = \frac{dq}{dt}$ avec $q = c v$

Deux quantités intermédiaires ont été introduites : le « flux magnétique » φ dont l'unité est le Weber (Wb) et la « charge électrique » q dont l'unité est le Coulomb (Cb). L'unité de la « différence de potentiels » ou « tension aux bornes » abrégée en « tension » v est le Volt (V) et celle du courant électrique l'Ampère (A). Toutes les relations linéaires (incluant l'opération de dérivation par rapport au temps) entre le courant et la tension sont figurées par les relations correspondant aux composants passifs.

Il est intéressant de voir ces relations sous la forme du diagramme



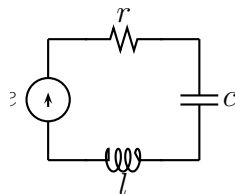
dans lequel chaque couple de variables de l'ensemble $\{q, i, \varphi, v\}$ sont connectées 2 à 2 ; à l'exception de q et φ , qui ne tarderont cependant pas à l'être quand les « memristors » deviendront des composants plus connus.

Les composants actifs sont

nom du composant	nom du coefficient	symbole	relation
force électromotrice	tension		$v = -e$ où e est une donnée
courant source	courant		$i = j$ où j est une donnée

Les composants essentiels étant définis, il est possible de les mettre en situation dans des circuits électriques classiques ainsi que d'introduire l'approximation classique du régime sinusoïdal établi.

Le circuit rlc



Si i est le courant qui parcourt le circuit et v la tension aux bornes du condensateur :

$$e = ri + l \frac{di}{dt} + v \text{ et } i = c \frac{dv}{dt}$$

Si $e(t) = \mathcal{E} \cos(\omega t + \phi)$ on note plutôt

$$e(t) = \sqrt{2} \Re \{ \underline{E} \exp^{j \omega t} \}$$

où $j = \sqrt{-1}$ et $\sqrt{2} \underline{E} = \mathcal{E} \exp^{j \phi}$ et où on appelle $E = |\underline{E}|$ la « valeur efficace » et \underline{E} l'amplitude complexe de la tension $e(t)$. De cette façon la solution de régime établi (régime forcé) s'écrit

$$i(t) = \sqrt{2} \Re \{ \underline{I} \exp^{j \omega t} \} \text{ et } v(t) = \sqrt{2} \Re \{ \underline{V} \exp^{j \omega t} \}$$

où \underline{I} et \underline{V} sont solutions de

$$\underline{E} = (r + j\omega) \underline{I} + \underline{V} \text{ et } \underline{I} = jc\omega \underline{V}$$

La solution étant acquise, il faut maintenant l'utiliser pour calculer la puissance instantanée qu'il faut fournir à la source de tension afin qu'elle puisse fonctionner comme une source de tension à laquelle est connectée la charge rlc . C'est

$$\underbrace{p(t)}_{\text{puissance instantanée}} = e(t) i(t) = \underbrace{\Re\{\underline{E} \underline{I}^*\}}_{\text{puissance active notée } P} + \underbrace{\Re\{\underline{E} \underline{I} \exp^{2j\omega t}\}}_{\text{puissance fluctuante}}$$

qui se décompose en un terme constant, la puissance active et un terme de moyenne temporelle nulle, la puissance fluctuante. On introduit encore deux autres puissances qui sont les

$$\underbrace{S = |\underline{E}| |\underline{I}|}_{\text{puissance apparente}} \quad \text{et} \quad \underbrace{Q = \Im\{\underline{E} \underline{I}^*\}}_{\text{puissance réactive}}$$

avec lesquelles on peut écrire

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

Dans ce cas du circuit rlc , on obtient

$$\underbrace{\underline{S}}_{\text{puissance apparente complexe}} = P + jQ = \left(r + j\omega + \frac{1}{jc\omega} \right) |\underline{I}|^2 = \frac{\left(r - j \left(l\omega - \frac{1}{c\omega} \right) \right)}{r^2 + \left(l\omega - \frac{1}{c\omega} \right)^2} |\underline{E}|^2$$

d'où on déduit que

- si $r = 0$ la puissance active que doit fournir la source est nulle ;
- si $l \rightarrow 0$ et $c \rightarrow \infty$ la puissance réactive que doit fournir la source est nulle ;
- si $lc\omega^2 = 1$ la puissance réactive que doit fournir la source est nulle ; c'est la condition de résonance ;

Circuits monophasés

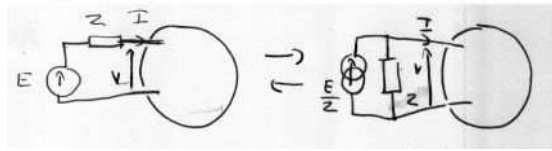
Pour étendre les résultats obtenus dans le cas du circuit rlc , Un circuit monophasé est un circuit dans lequel la ou les sources dépendent sinusoïdalement du temps et dans lequel on ne s'intéresse qu'au régime établi. On convient alors d'utiliser la notation complexe

$$u(t) = \sqrt{2} \Re\{\underline{U} \exp^{j\omega t}\}$$

avec laquelle les relations différentielles deviennent algébriques. Cela permet d'introduire la notion d'impédance qui consiste à sommer toutes les contributions (réelles et imaginaire) des composants en séries afin de les regrouper en un seul coefficient complexe. Pour le circuit rlc

$$\underline{E} = Z \underline{I} \text{ avec } Z = r + j\left(l\omega - \frac{1}{c\omega}\right)$$

Les résolutions de problèmes de circuit électrique en régime sinusoïdal établi sont donc des opérations purement algébriques. Une possibilité souvent utilisée consiste à ne pas écrire ces équations explicitement pour obtenir un système linéaire qu'il faudra inverser mais plutôt à traduire les transformations de ce système directement sur le schéma électrique. Par exemple les « théorèmes » de Thévenin et Norton qui affirment que les tensions et courants \underline{V} et \underline{I} de la figure



seront les mêmes qu'on place à gauche un générateur de tension \underline{E} en série avec un impédance Z ou un générateur de courant \underline{E}/Z en parallèle avec l'impédance Z . Cela se démontre très simplement : si le cercle figure un circuit électrique quelconque et que

$$\underline{E} = Z \underline{I} + \underline{V} \text{ (Forme Thevenin)}$$

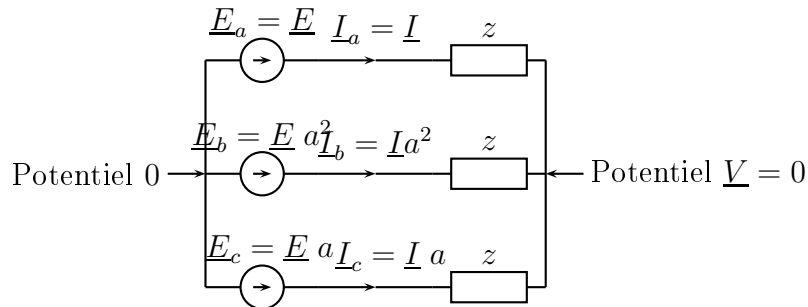
alors on a aussi

$$\frac{\underline{E}}{Z} = \underline{I} + \frac{\underline{V}}{Z} \text{ (Forme Norton)}$$

Et les « transformations Thévenin/Norton » permettent des résolutions de problèmes de circuit électriques à qui sait les utiliser à bon escient.

1.2 Les circuits électriques triphasés équilibrés

L'examen d'un circuit électrique comportant plusieurs sources de tension de la forme



montre que

$$\underline{E}_a = z \underline{I}_a + \underline{V} \quad ; \quad \underline{E}_b = z \underline{I}_b + \underline{V} \quad ; \quad \underline{E}_c = z \underline{I}_c + \underline{V}$$

d'où on retire par la loi des noeuds que si $\underline{E}_a + \underline{E}_b + \underline{E}_c = 0$ alors $\underline{V} = 0$ et donc

$$\underline{I}_a = \underline{E}_a / z \quad ; \quad \underline{I}_b = \underline{E}_b / z \quad ; \quad \underline{I}_c = \underline{E}_c / z$$

et si de plus, en posant $a = \exp^{2\pi/3 j}$

$$\underline{E}_a = a^0 \underline{E} \quad ; \quad \underline{E}_b = a^2 \underline{E} \quad ; \quad \underline{E}_c = a^1 \underline{E}$$

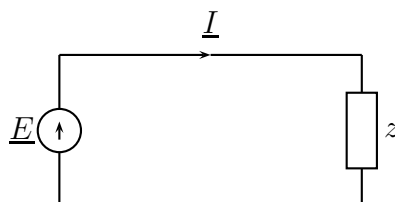
alors

$$\underline{I}_a = a^0 \underline{I} \quad ; \quad \underline{I}_b = a^2 \underline{I} \quad ; \quad \underline{I}_c = a^1 \underline{I}$$

où

$$\underline{I} = \underline{E} / z$$

Il suffit donc de faire un calcul analogue à celui d'un circuit monophasé



pour obtenir la solution des équations qui correspondent au circuit triphasé équilibré.

La somme des puissances issues des sources est

$$\underline{S} = P + jQ = \underline{E}_1 \underline{I}_1^* + \underline{E}_2 \underline{I}_2^* + \underline{E}_3 \underline{I}_3^* = 3 \underline{E} \underline{I}^*$$

Et finalement le courant \underline{I} permet d'obtenir la puissance apparente complexe comme

$$\underline{S} = 3 \underline{E} \underline{I}^*$$

Le produit de cette simplification porte le nom de « *circuit monophasé équivalent* ». Les cas où elle est possible vont maintenant être étudiés en même temps que les notations seront fixées et le vocabulaire consacré défini.

Auparavant cependant, on peut remarquer que la somme des puissances fluctuantes des trois phases est

$$\Re\{(a^0 + a^1 + a^2) \underline{E} \underline{I} \exp^{2j \omega t}\} = 0$$

d'où il sort que la source d'énergie qui fournit la puissance électrique à un système triphasé n'est pas perturbée par des fluctuations dans la consommation de cette puissance (voir Chapitre sur les convertisseurs électromécaniques).

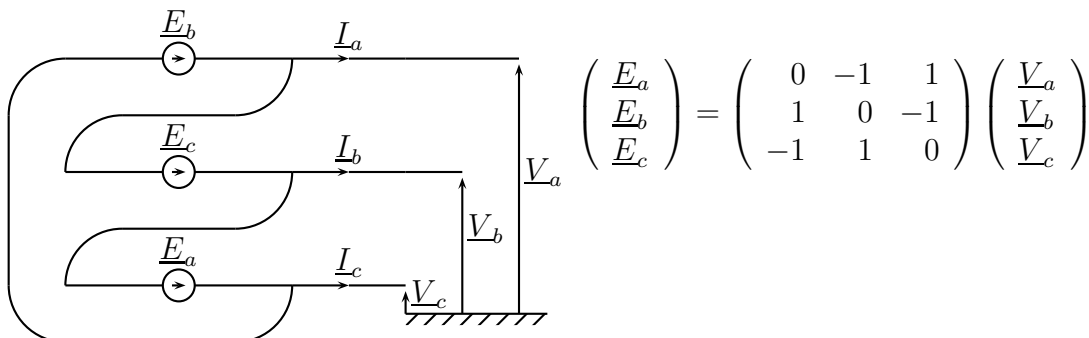
Sources et charges de tension triphasée

On appelle source de tension « *triphase équilibrée directe* » tout ensemble de trois forces électromotrices dépendant sinusoidalement du temps et dont les amplitudes complexes peuvent se mettre sous la forme ($\underline{E}_a = \underline{E}$, $\underline{E}_b = \underline{E} a^2$, $\underline{E}_c = \underline{E} a$) où $a = \exp^{j 2\pi/3}$.

On appelle « *phases* » les fils portés aux potentiels de valeurs efficace $|\underline{E}|$ et déphasés de $2\pi/3$ les uns avec les autres. Si on permute deux phases dans l'ensemble précédent, on obtient ($\underline{E}_a = \underline{E}$, $\underline{E}_b = \underline{E} a$, $\underline{E}_c = \underline{E} a^2$) qui porte de nom de source de tension « *triphase équilibrée inverse*. » On ne s'inquiétera pas du fait que « direct » signifie « dans le sens des aiguilles d'une montre » alors qu'« inverse » signifie « dans le sens trigonométrique » et on ne précisera pas nécessairement si la source de tension est directe ou inverse, le passage se faisant en permutant a et a^2 dont voici les propriétés essentielles

$$\begin{aligned} 1 + a + a^2 &= 0 \\ a^* &= a^2 \\ a(1 - a) &= \sqrt{3} j \end{aligned}$$

On appelle « *montage en triangle* » cette connexion d'une source de tension triphasée équilibrée



où les « *tensions de phase* » \underline{V}_a , \underline{V}_b et \underline{V}_c sont référées par rapport à une « *masse* » (potentiel 0) figurée par un trait muni de hachures.

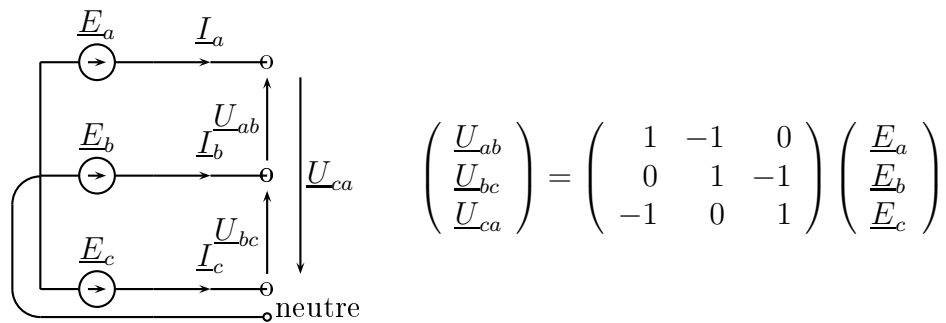
En toute généralité, on ne peut *a priori* pas inverser la relation entre les \underline{E} et les \underline{V} mais dans le cas du triphasé équilibré

$$\begin{aligned} \underline{E}_a &= a^0 \underline{E} & ; & & \underline{E}_b &= a^2 \underline{E} & ; & & \underline{E}_c &= a \underline{E} \\ \underline{V}_a &= a^0 \underline{V} & ; & & \underline{V}_b &= a^2 \underline{V} & ; & & \underline{V}_c &= a \underline{V} \end{aligned}$$

la relation se réduit alors à

$$\underline{E} = a(1 - a) \underline{V} = j \sqrt{3} \underline{V}$$

On appelle « *montage en étoile* » la connexion des sources qui a servi à introduire cette subsection



On appelle « *tension de lignes* » les tensions entre phase \underline{U}_{ab} , \underline{U}_{bc} , \underline{U}_{ca} ; « *courant de ligne* » les courants \underline{I}_a , \underline{I}_b , \underline{I}_c .

Le fil issu de la connexion des trois sources de tension est appelé le « *neutre* » : son potentiel électrique est 0 dans le fonctionnement triphasé équilibré.

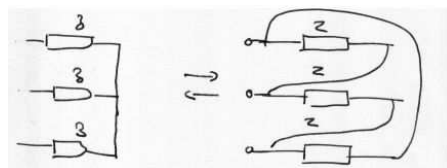
Les tensions de phases \underline{V}_a , \underline{V}_b , \underline{V}_c sont prises entre les phases et le neutre ; ici elle sont donc égales aux tensions sources \underline{E}_a , \underline{E}_b , \underline{E}_c . Et en posant

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= a^1 \underline{U} & ; & & \underline{U}_{bc} &= a^0 \underline{U} & ; & & \underline{U}_{ca} &= a^2 \underline{U} \\ \underline{V}_a &= a^0 \underline{U} & ; & & \underline{V}_b &= a^2 \underline{U} & ; & & \underline{V}_c &= a^1 \underline{U} \end{aligned}$$

On obtient

$$\underline{U} = -j \sqrt{3} \underline{V}$$

Les deux types de connexion, en triangle et en étoile, sur les sources viennent d'être expliquées. Il y a également ces deux types de connexions sur les charges équilibrées



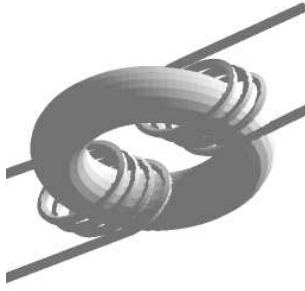
Si

$$Z = 3 z$$

alors ces charges sont équivalentes (théorème de Kennelly ou transformation étoile-triangle appropriés au cas du triphasé équilibré).

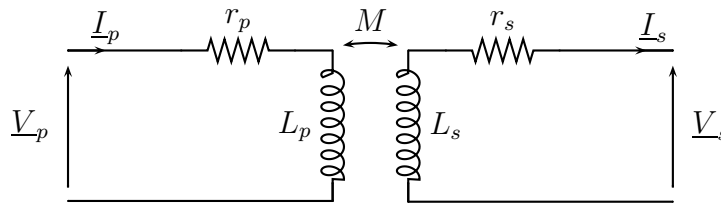
1.3 Couplage Inductif

On appelle « *bobines couplées* » un jeu de deux enroulements de fil autour d'un « *circuit magnétique* » analogue à ceci



Le circuit magnétique est le tore. Sa propriété est de canaliser l'induction magnétique qui correspond aux courants circulant dans les enroulements.

La modélisation en terme de circuits électriques de ces bobines couplées correspond au schéma (on convient d'appeler « primaire » l'une des bobines et « secondaire » l'autre)



et les équations de circuit électrique associées au schéma sont :

$$\begin{pmatrix} V_p \\ V_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_p + jL_p\omega & jM\omega \\ jM\omega & r_s + jL_s\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_p \\ -I_s \end{pmatrix}$$

Même si l'électromagnétisme nécessaire pour les établir n'est pas abordé ici, il faut comprendre que les équations de couplage témoignent d'un phénomène surprenant. Le passage d'un courant en un endroit (au primaire) génère une force électromotrice en un autre endroit (au secondaire) : c'est une action à distance.

D'autre part, ce type de relation généralise des relations locales entre les tensions et les courants. Si par exemple dans le graphe du début de ce chapitre les arêtes (3,4) et (1,2) correspondaient à un couplage inductif, alors plutôt que d'avoir deux relations indépendantes l'une de l'autre comme

$$V_{43} = z_{43} I_{43} \text{ et } V_{21} = z_{21} I_{21}$$

il y aurait deux relations couplées de la forme

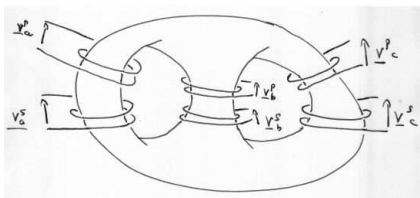
$$\begin{pmatrix} V_{34} \\ V_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{43} & jM_{43/21}\omega \\ jM_{21/43}\omega & z_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{43} \\ -I_{21} \end{pmatrix}$$

où les coefficients d'inductance mutuelle sont par nature identiques

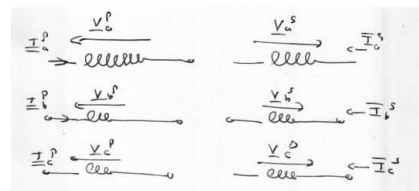
$$M_{21/43} = M_{43/21}$$

ce qui signifie que l'action qu'exerce le courant I_{43} sur la portion de circuit parcourue par le courant I_{21} est identique à l'action qu'exerce le courant I_{21} sur la portion de circuit parcourue par le courant I_{43} .

Des bobines triphasées peuvent également être couplées : il y a alors six bobines disposées ainsi sur un circuit magnétique



de schéma électrique



et les équations correspondant à ce schéma sont obtenues en reprenant pour chacun des couples de bobines les résultats en monophasé et en superposant le tout

$$\begin{pmatrix} \left(\begin{array}{c} \underline{V}_a^p \\ \underline{V}_b^p \\ \underline{V}_c^p \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} \underline{V}_a^s \\ \underline{V}_b^s \\ \underline{V}_c^s \end{array} \right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_p \left(\begin{array}{c} \underline{I}_a^p \\ \underline{I}_b^p \\ \underline{I}_c^p \end{array} \right) \\ R_s \left(\begin{array}{c} \underline{I}_a^s \\ \underline{I}_b^s \\ \underline{I}_c^s \end{array} \right) \end{pmatrix} + j\omega \begin{pmatrix} \left(\begin{array}{ccc} L_p & M_p & M_p \\ M_p & L_p & M_p \\ M_p & M_p & L_p \end{array} \right) & \left(\begin{array}{ccc} M_{ps} & M'_{ps} & M'_{ps} \\ M'_{ps} & M_{ps} & M'_{ps} \\ M'_{ps} & M'_{ps} & M_{ps} \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{ccc} M_{ps} & M'_{ps} & M'_{ps} \\ M'_{ps} & M_{ps} & M'_{ps} \\ M'_{ps} & M'_{ps} & M_{ps} \end{array} \right) & \left(\begin{array}{ccc} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{array} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \left(\begin{array}{c} \underline{I}_a^p \\ \underline{I}_b^p \\ \underline{I}_c^p \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} \underline{I}_a^s \\ \underline{I}_b^s \\ \underline{I}_c^s \end{array} \right) \end{pmatrix}$$

et en posant comme précédemment

$$\begin{aligned} \underline{V}_a^p &= a^0 \underline{V}^p & \underline{V}_b^p &= a^2 \underline{V}^p & \underline{V}_c^p &= a^1 \underline{V}^p & \underline{V}_a^s &= a^0 \underline{V}^s & \underline{V}_b^s &= a^2 \underline{V}^s & \underline{V}_c^s &= a^1 \underline{V}^s \\ \underline{I}_a^p &= a^0 \underline{I}^p & \underline{I}_b^p &= a^2 \underline{I}^p & \underline{I}_c^p &= a^1 \underline{I}^p & \underline{I}_a^s &= a^0 \underline{I}^s & \underline{I}_b^s &= a^2 \underline{I}^s & \underline{I}_c^s &= a^1 \underline{I}^s \end{aligned}$$

on arrive à la simplification

$$\begin{pmatrix} \underline{V}^p \\ \underline{V}^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_p + j(L_p - M_p) \omega & j(M_{sp} - M'_{sp}) \omega \\ j(M_{sp} - M'_{sp}) \omega & R_s + j(L_s - M_s) \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}^p \\ \underline{I}^s \end{pmatrix}$$

qui est exactement le système d'équations correspondant à un schéma monophasé équivalent de bobines couplées. $L_s - M_s$ et $L_p - M_p$ s'appellent « *les inductances cycliques* » au primaire et au secondaire ; et $M_{sp} - M'_{sp}$ s'appelle l'inductance mutuelle cyclique entre le primaire et le secondaire.

1.4 Références

- [1] R.-P. Bouchard, G. Oliver « Circuits et machines électriques », Édition de l'école polytechnique de Montréal, 1995. (Pour une approche électrotechnique des circuits électriques.)
- [2] M. Hasler, J. Neiryck, « Circuits non linéaires », Presses polytechniques Romandes, 1985. (Pour une approche globale des systèmes dynamiques que sont les circuits électriques.)

1.5 Exercices

1. Identification en monophasé

Sous une fréquence $f = 50 \text{ Hz}$, on impose une tension de $V = 230 \text{ V}$ aux bornes d'un dipôle ; le courant est $I = 10 \text{ A}$ et la puissance active $P = 500 \text{ W}$.

- a) Si la relation entre courant et tension est modélisée par une résistance r_1 en série avec une inductance l_1 , calculer les valeurs de r_1 et l_1 .
- b) Si la relation entre courant et tension est maintenant modélisée par une résistance r_2 en parallèle avec une inductance l_2 , calculer les valeurs de r_2 et l_2 .
- c) On remarque que $l_1 \approx l_2$, $r_1 \ll r_2$ et $r_1 r_2 \approx l_1 l_2 (2\pi f)^2$; pourquoi ?

2. Identification en triphasé

Sous une fréquence $f = 50 \text{ Hz}$, on impose une tension entre phases $U = 400 \text{ V}$ (cette tension est appelée la tension de lignes) aux bornes d'une charge triphasée équilibrée ; le courant dans chacune des phases est $I = 10 \text{ A}$ (ce courant est appelé courant de phase) ; la puissance active mesurée en prenant la tension entre le neutre et une phase (cette tension est appelée tension de phase) est $P = 500 \text{ W}$.

- a) La charge est composée d'une résistance r_1 en série avec une inductance l_1 placées en étoile ; trouver la valeur de r_1 et l_1 .
- b) La charge est composée d'une résistance r_2 en série avec une inductance l_2 placées en triangle ; trouver la valeur de r_2 et l_2 .

3. Couplage en monophasé

On donne un système de deux bobines 1 et 2 couplées dont les résistances sont r_1 et r_2 , les inductances propres l_1 et l_2 et l'inductance mutuelle m .

- a) On place aux bornes de la bobine 2 une charge de résistance R ; calculer l'impédance équivalente aux bornes de la bobine 1 ;
- b) Lorsque la tension aux bornes de la bobine 1 est maintenue constante, pour quelle valeur de R la puissance active injectée à la charge est-elle maximale ? Quel est alors le rendement ?

4. Couplage en triphasé

On donne un système de bobines triphasés comportant donc un primaire et un secondaire.

- a) Le primaire et le secondaire sont connecté en étoile ; le primaire est alimenté par une source triphasée équilibrée connectée en étoile ; le secondaire est relié à une charge triphasée équilibrée connectée en étoile. Donner le courant issu d'une phase de la charge.
- b) Même question que a) dans le cas où la charge est connecté en triangle.
- c) Même question que a) dans le cas où le secondaire est connecté en triangle.
- d) Même question que a) dans le cas où le primaire est connecté en triangle.

5. Problèmes

- a) Comment créer un neutre artificiel en triphasé? On dispose d'un système triphasé sans neutre et on souhaite en créer un.
- b) Comment résoudre la question d'éclairer un couloir de mine? Un couloir très long doit être éclairé par une lampe de résistance R tous les x mètres; les fils d'amené de courant ont une résistance par unité de longueur de ρ ; la tension source à l'entrée du couloir est U et les lampes doivent être alimentées par une tension comprise entre U et $U - \Delta U$.

2 Production, transport et consommation d'énergie électrique

Un réseau électrique est constitué de producteurs d'électricité et de consommateurs qui sont reliés entre eux par des lignes et des transformateurs. Le cours se concentre sur les modèles équivalents des lignes et des transformateurs, assorti d'une introduction au problème de répartition des puissances dans le réseau. Il sera complété par une séance RTE sur les réglages de la fréquence et la gestion des transits.

2.1 Les niveaux de tension

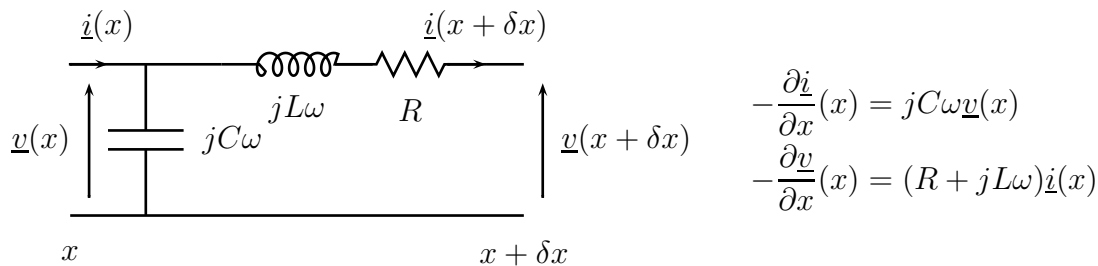
On distingue trois niveaux de tension. La basse tension (BT) pour les tensions (de ligne) inférieures à 1kV, la haute tension niveau A (HTA) de 1kV à 50kV, et la haute tension niveau B (HTB) au delà. La production se fait via des alternateurs a des tensions usuelles de 15.5kV et 20kV. Le transport d'électricité se fait grâce à des lignes de transport et d'interconnexion de 400kV (HTB3) et 225kV (HTB2), puis de répartition 225kV (HTB2), 90kV (HTB1), 63kV (HTB1). Le réseau de distribution se fait en 20kV (HTA) et 400V (BT).

2.2 Les lignes

Une ligne permet le transport de l'électricité en haute tension niveau B (HTB1,2,3) d'un point à un autre sur de grandes distances, ou la distribution en haute tension niveau A sur des distances plus courtes. Les lignes sont exploitées en régime triphasé équilibré : la description du schéma monophasé équivalent suffit à décrire le comportement de la ligne.

Equation des ondes

Le schéma monophasé équivalent d'un tronçon de ligne de longueur δx en régime sinusoïdal établi (où $(\underline{v}(x), \underline{i}(x))$ désignent la tension et le courant de phase au point x de la ligne, L l'inductance cyclique par mètre de longueur, C la capacité cyclique par mètre de longueur, R la résistance de phase par mètre de longueur, ω la pulsation) est :



Ordres de grandeurs pour une ligne aérienne :

$L \simeq 1mH/km$ ($L\omega \simeq 0.4\Omega/km$), $C \simeq 10nF/km$, pour des tensions de ligne entre 20kV et 400kV. R est variable en fonction du courant nominal de la ligne (0.06 Ω/km pour 300A). Pratiquement, R est négligeable par rapport à $L\omega$ en 400kV, et de l'ordre de $L\omega/10$ en 63 – 90kV.

L'équation des ondes suivie par la tension (et le courant) est :

$$\frac{d^2 \underline{v}}{dx^2}(x) = jC\omega(R + jL\omega) \underline{v}(x) = \underline{\gamma}^2 \underline{v}(x)$$

où $\underline{\gamma}$ est une constante de propagation. En posant $\underline{z}_c = \sqrt{(R + jL\omega)/jC\omega}$, la tension et le courant sont de la forme :

$$\underline{v}(x) = \underline{\alpha}e^{\underline{\gamma}x} + \underline{\beta}e^{-\underline{\gamma}x} \quad \underline{i}(x) = -\frac{1}{\underline{z}_c} (\underline{\alpha}e^{\underline{\gamma}x} - \underline{\beta}e^{-\underline{\gamma}x})$$

ce qui permet d'exprimer en fonction de la distance d les tension/courant en fonction de ceux de l'entrée.

$$\begin{bmatrix} \underline{v}(d) \\ \underline{i}(d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\underline{\gamma}d) & -\underline{z}_c \sinh(\underline{\gamma}d) \\ -\frac{1}{\underline{z}_c} \sinh(\underline{\gamma}d) & \cosh(\underline{\gamma}d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}(0) \\ \underline{i}(0) \end{bmatrix}$$

★ Dans le cas d'une ligne sans pertes de longueur quelconque ($R = 0$), la constante de propagation et l'impédance caractéristique sont :

$$\underline{\gamma} = j\omega\sqrt{LC} = j\frac{2\pi}{\lambda} \quad \underline{z}_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_c$$

où λ désigne la longueur d'onde. Celle-ci est de l'ordre de $6000km$ pour une ligne aérienne, et la vitesse de propagation est celle de la lumière. Les relations tension/courant sont :

$$\begin{bmatrix} \underline{v}(d) \\ \underline{i}(d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\sqrt{LC}\omega d) & -jZ_c \sin(\sqrt{LC}\omega d) \\ -\frac{j}{Z_c} \sin(\sqrt{LC}\omega d) & \cos(\sqrt{LC}\omega d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}(0) \\ \underline{i}(0) \end{bmatrix}$$

Si la ligne est à vide ($\underline{i}(d) = 0$), on a alors

$$\frac{\underline{v}(d)}{\underline{v}(0)} = \frac{1}{\cos(\sqrt{LC}\omega d)} = \frac{1}{\cos(2\pi/\lambda d)}$$

A vide, la tension en bout de ligne est infinie pour $d = \lambda/4$, soit $1500km$. En pratique, la longueur des lignes $400kV$ ne dépassent pas $500km$.

★ Dans le cas d'une ligne aérienne de faible longueur ($d < 250$ km), le développement limité au second ordre donne une approximation satisfaisante :

$$\begin{bmatrix} \underline{v}(d) \\ \underline{i}(d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + jC\omega(R + jL\omega)d^2/2 & -(r + jl\omega)d \\ -jC\omega d & 1 + jC\omega(R + jL\omega)d^2/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}(0) \\ \underline{i}(0) \end{bmatrix}$$

En posant :

$$r = Rd \ (\Omega) \quad l\omega = L\omega d \ (\Omega) \quad c\omega = C\omega d \ (\Omega^{-1})$$

où r, l, c sont la résistance, l'inductance et la capacité associée à la ligne de longueur d . On a alors :

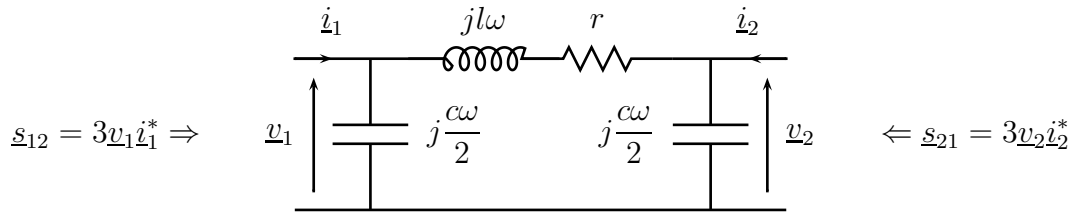
$$\begin{bmatrix} \underline{v}(d) \\ \underline{i}(d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + j\frac{c\omega}{2}(r + jl\omega) & -(r + jl\omega) \\ -jc\omega & 1 + j\frac{c\omega}{2}(r + jl\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}(0) \\ \underline{i}(0) \end{bmatrix}$$

Schéma monophasé équivalent d'une ligne courte

Le quadripôle précédent est proche de celui d'un quadripôle en Π . Ainsi, le schéma équivalent usuel d'une ligne courte de longueur d est ce modèle en Π (représenté ci-dessous). r, l, c sont la résistance, l'inductance et la capacité associée à la ligne de longueur d .

La matrice de transfert du schéma en Π (convention récepteur des deux côtés) est :

$$\begin{bmatrix} \underline{v}_2 \\ \underline{i}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + (r + jl\omega)jc\omega/2 & -(r + jl\omega) \\ jc\omega(1 + (r + jl\omega)jc\omega/4) & -(1 + (r + jl\omega)jc\omega/2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{i}_1 \end{bmatrix}$$



Les courants aux deux extrémités de la ligne sont calculés en fonction des tensions via la matrice admittance :

$$\begin{bmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\frac{c\omega}{2} + \frac{1}{r + jl\omega} & -\frac{1}{r + jl\omega} \\ -\frac{1}{r + jl\omega} & j\frac{c\omega}{2} + \frac{1}{r + jl\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \end{bmatrix}$$

Une ligne est en première approximation une inductance (ligne inductive sans pertes) quand elle transporte une puissance conséquente (ligne chargée). Quand la puissance transportée est faible (ligne à vide), les capacités ne sont plus négligeables, et participent à l'élévation de tension de la ligne (effet Ferranti).

Les puissances apparentes de la ligne transportées de 1 vers 2 \underline{s}_{12} et de 2 vers 1 \underline{s}_{21} sont :

$$\begin{cases} \underline{s}_{12} = 3\underline{v}_1 \underline{i}_1^* = -3j\frac{c\omega}{2} |\underline{v}_1|^2 + 3 \frac{r + jl\omega}{r^2 + (l\omega)^2} \underline{v}_1 (\underline{v}_1 - \underline{v}_2)^* \\ \underline{s}_{21} = 3\underline{v}_2 \underline{i}_2^* = -3j\frac{c\omega}{2} |\underline{v}_2|^2 + 3 \frac{r + jl\omega}{r^2 + (l\omega)^2} \underline{v}_2 (\underline{v}_2 - \underline{v}_1)^* \end{cases}$$

La puissance apparente dans la ligne est :

$$\underline{s}_{12} + \underline{s}_{21} = -3jc\omega \frac{|\underline{v}_1|^2 + |\underline{v}_2|^2}{2} + 3 \frac{r + jl\omega}{r^2 + (l\omega)^2} |\underline{v}_1 - \underline{v}_2|^2$$

Sa partie réelle correspond aux pertes Joule dans la ligne :

$$\Re(\underline{s}_{12} + \underline{s}_{21}) = 3 \frac{r}{r^2 + (l\omega)^2} |\underline{v}_1 - \underline{v}_2|^2 \simeq 3 \frac{r}{(l\omega)^2} |\underline{v}_1 - \underline{v}_2|^2$$

Echange de puissances pour une ligne inductive sans pertes ($r = 0 = jc\omega$)

$$\underline{s}_{12} = j\frac{3}{l\omega} (|\underline{v}_1|^2 - \underline{v}_1 \underline{v}_2^*) \quad \underline{s}_{21} = j\frac{3}{l\omega} (|\underline{v}_2|^2 - \underline{v}_2 \underline{v}_1^*) \quad \underline{s}_{12} + \underline{s}_{21} = j3 \frac{|\underline{v}_1 - \underline{v}_2|^2}{l\omega}$$

Soient θ_1 et θ_2 les phases de \underline{v}_1 et \underline{v}_2 :

$$\underline{s}_{12} = p_{12} + jq_{12} = j3 \frac{|\underline{v}_1|^2}{l\omega} \left(1 - \left| \frac{\underline{v}_2}{\underline{v}_1} \right| e^{-j(\theta_2 - \theta_1)} \right)$$

- les phases des tensions 1 et 2 déterminent le sens d'échange de la puissance active p_{12} (on parle alors pour $\theta_1 - \theta_2$ d'angle de charge de la ligne).
- les modules des tensions 1 et 2 déterminent le sens d'échange de la puissance réactive q_{12} (la puissance réactive est principalement liée au niveau des tensions).

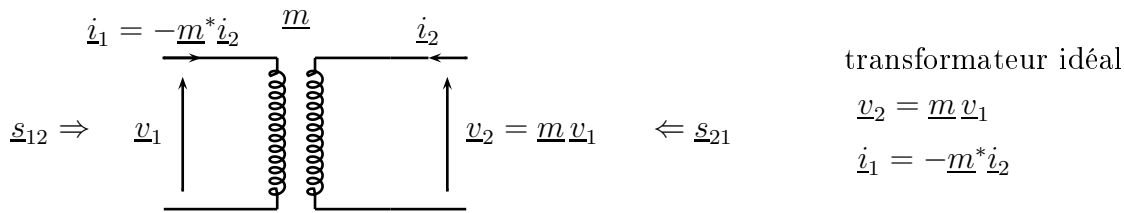
$$p_{12} = 3 \frac{|\underline{v}_1| |\underline{v}_2|}{l\omega} \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$q_{12} = 3 \frac{|\underline{v}_1|^2}{l\omega} \left(1 - \left| \frac{\underline{v}_2}{\underline{v}_1} \right| \cos(\theta_2 - \theta_1) \right) \simeq 3 \frac{|\underline{v}_1|}{l\omega} (|\underline{v}_1| - |\underline{v}_2|)$$

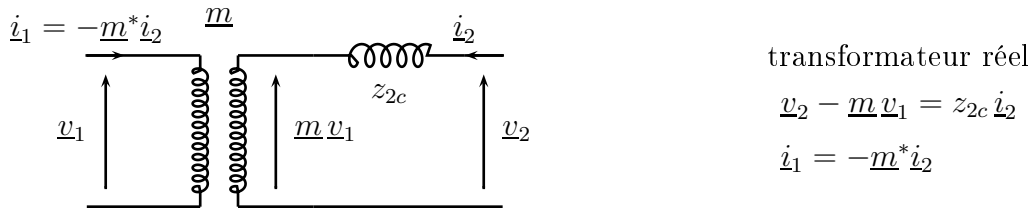
2.3 Les transformateurs

Un transformateur permet l'élévation ou l'abaissement des tensions afin que des éléments puissent cohabiter à des tensions différentes. Le principe du transformateur monophasé est celui d'une inductance couplée sans entrefer à deux enroulements. L'enroulement primaire noté 1 comporte n_1 spires et l'enroulement secondaire noté 2, n_2 spires. Le flux étant commun aux deux enroulements, les tensions des enroulements sont proportionnelles à leur nombre de spires. Le rapport de transformation est $m = \underline{v}_2/\underline{v}_1 = n_2/n_1$ pour un transformateur monophasé. L'utilisation du triphasé permet différentes combinaisons entre phases (des couplages), et le rapport de transformation $\underline{m} = \underline{v}_2/\underline{v}_1$ devient un complexe.

★ Un transformateur idéal de tension est défini par son rapport de transformation $\underline{m} = \underline{v}_2/\underline{v}_1$. Il conserve la puissance apparente : $\underline{s}_{12} + \underline{s}_{21} = 0 = 3(\underline{v}_1 \underline{i}_1^* + \underline{v}_2 \underline{i}_2^*)$. Les courants vérifient donc $\underline{i}_1 = -\underline{m}^* \underline{i}_2$.



★ Un transformateur réel de réseau comporte en plus une impédance de court-circuit $z_{2c} = r_{2c} + jx_{2c}$ (avec $r_{2c} \ll x_{2c}$ pour les fortes puissances). Les courants des deux côtés du



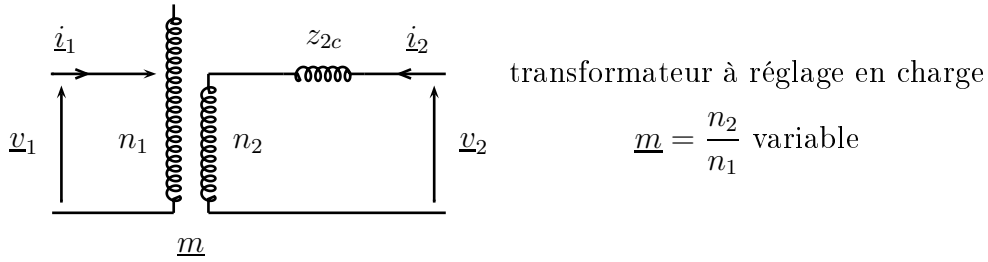
transformateur sont calculés en fonction des tensions via la matrice admittance :

$$\begin{pmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{z_{2c}} \begin{pmatrix} |\underline{m}|^2 & -\underline{m}^* \\ -\underline{m} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \end{pmatrix}$$

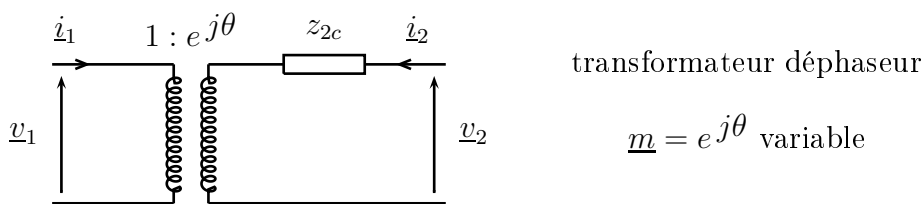
Les puissances apparentes (respectivement de 1 vers 2, de 2 vers 1, dans le transformateur) sont :

$$\underline{s}_{12} = 3 \frac{\underline{m} \underline{v}_1}{z_{2c}^*} (\underline{m} \underline{v}_1 - \underline{v}_2)^* \quad \underline{s}_{21} = 3 \frac{\underline{v}_2}{z_{2c}^*} (\underline{v}_2 - \underline{m} \underline{v}_1)^* \quad \underline{s}_{12} + \underline{s}_{21} = 3 \frac{|\underline{m} \underline{v}_1 - \underline{v}_2|^2}{z_{2c}^*}$$

★ Un transformateur à réglage en charge a pour rôle d'adapter la tension du réseau en fonction de la charge. Ainsi, son rapport de transformation \underline{m} est réel et peut prendre différentes valeurs. Le nombre de spires du primaire n_1 est modifié pendant le fonctionnement du transformateur pour permettre l'ajustement des tensions du réseau en aval du secondaire du transformateur (plusieurs positions de service entre $\pm 15\%$ de la tension nominale).



★ Un transformateur déphaseur permet de modifier l'échange de puissances actives entre deux points du réseau. Son rapport de transformation \underline{m} est complexe et $|\underline{m}| = 1$. L'argument de $\underline{m} = \theta$ peut prendre différentes valeurs ($\pm 10^\circ$) suivant les demandes de puissance.



2.4 Répartition des puissances dans le réseau

Un producteur ou un consommateur d'électricité représente un nœud du réseau. Ces nœuds sont reliés par des branches qui comportent un ou plusieurs éléments (lignes et/ou transformateurs). A chaque nœud k est associée une tension \underline{v}_k et un courant \underline{i}_k , et une puissance apparente $\underline{s}_k = 3 \underline{v}_k \underline{i}_k^*$.

A chaque branche est associée une matrice admittance élémentaire (exemples ci-dessus pour une ligne et un transformateur) :

$$\begin{pmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \end{pmatrix}$$

La matrice admittance (globale) \mathcal{Y} associée au réseau relie les n courants des nœuds aux n tensions des nœuds.

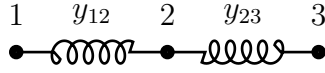
$$\begin{pmatrix} \underline{i}_1 \\ \dots \\ \underline{i}_n \end{pmatrix} = \mathcal{Y} \begin{pmatrix} \underline{v}_1 \\ \dots \\ \underline{v}_n \end{pmatrix}$$

Elle se détermine par assemblage des matrices admittances élémentaires de chaque branche du réseau (reliant les nœuds k et j).

Les puissances apparentes aux nœuds sont exprimées en fonction des tensions à l'aide de la matrice admittance :

$$\underline{s}_k = 3 \underline{v}_k \underline{i}_k^* = 3 \underline{v}_k \sum_{j=1}^n \mathcal{Y}_{kj}^* \underline{v}_j^*$$

Un exemple de construction \mathcal{Y} pour 3 nœuds est donné :



$$\begin{pmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{i}_3 \end{pmatrix} = y_{12} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{i}_3 \end{pmatrix} = \mathcal{Y} \begin{pmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \\ \underline{v}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{12} & -y_{12} & 0 \\ -y_{12} & y_{12} + y_{23} & -y_{23} \\ 0 & -y_{23} & y_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \\ \underline{v}_3 \end{pmatrix}$$

La puissance apparente au nœud 2 est $\underline{s}_2 = 3\underline{v}_2(-y_{12}\underline{v}_1 + (y_{12} + y_{23})\underline{v}_2 - y_{23}\underline{v}_3)^*$.

Pour connaître la répartition de puissances, il faut faire le bilan des données et des inconnues en fonction de la nature des nœuds :

nœuds	production	consommation
données	$\underline{v}_k = \underline{e}_k$	$\underline{s}_k = -p_k - jq_k$
inconnues	$\underline{s}_k = p_k + jq_k$	\underline{v}_k

Pour un nœud de production, la tension est celle de la génératrice associée, et la puissance apparente à fournir au réseau une inconnue. Pour un nœud de consommation, la puissance apparente soutirée au réseau (donc comptée négativement) est une donnée, la tension au nœud une inconnue.

Le calcul de la répartition des puissances est conduit en trois étapes :

1. détermination des tensions aux nœuds de consommation connaissant les puissances apparentes soutirées à ces nœuds et les tensions aux nœuds de production
2. détermination des puissances fournies aux nœuds de production connaissant les tensions aux nœuds de production et de consommation
3. détermination des puissances transitées dans chaque ligne connaissant les tensions aux nœuds de production et de consommation

2.5 Références

- [1] J.P. Barret, P. Bornard et B. Meyer “Simulation des réseaux électriques”, Eyrolles, 1997.
- [2] V. Crastan “Les réseaux d’énergie électrique”, Hermes, 2006.

2.6 Exercices

1. Ligne triphasée 90kV

Soit une ligne sans pertes, de tension de ligne 90kV, de puissance apparente 50MVA et de longueur 100km. On suppose $L_0 = 1.3mH/km$ et $C_0 = 10nF/km$. La ligne est alimentée côté 1 à sa tension nominale. On utilisera le schéma équivalent en Π pour cet exercice.

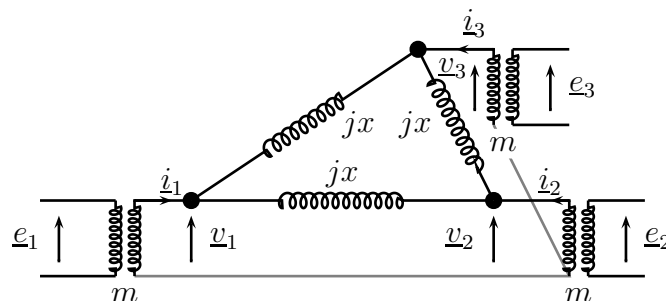
- Calculer les éléments du schéma en Π équivalent.
- Calculer v_{20} la tension à vide en bout de ligne (côté 2), ainsi que la puissance apparente \underline{s}_1 fournie côté 1.
- La ligne est court-circuitée côté 2. Calculer z_{cc} l'impédance de court-circuit côté 1, et la puissance de court-circuit.
- La ligne est chargée en 2 par une résistance R en parallèle avec une inductance L . Calculer \underline{s}_2 en fonction de $|v_1|$ et des paramètres de ligne.
- On suppose $L \rightarrow \infty$. Tracer la courbe paramétrée $(|v_2(R)|, p_2(R))$, à $|v_1|$ fixé.
- On suppose $R \rightarrow \infty$. Tracer la courbe paramétrée $(|v_2(L)|, q_2(L))$, à $|v_1|$ fixé.
- Déterminer les charges admissibles pour ne pas dépasser le courant nominal côté 2.

2. Echanges de puissances par une ligne isolée

Soit une ligne triphasée 90kV de réactance $l\omega = 40\Omega$. La ligne est alimentée côté 1 à sa tension nominale. Commenter à chaque question les échanges de puissances.

- La ligne est alimentée côté 2 avec $\underline{e}_2 = \underline{e}_1 \exp(j\pi/24)$, puis $\underline{e}_2 = 1.1\underline{e}_1$, puis $\underline{e}_2 = 1.1\underline{e}_1 \exp(j\pi/24)$.
- On met côté 1 un transformateur de rapport de transformation \underline{m}_1 , de réactance de court-circuit $x_{2c} = 5\Omega$. Calculer les courants et les puissances en 1 et 2 pour $\underline{m}_1 = \exp(j\pi/12)$ et $\underline{e}_2 = \underline{e}_1 \exp(j\pi/24)$.
- Sans calculs, expliquer l'effet d'une capacité en parallèle côté 2 sur l'échange de puissances. Faire de même si on insère une capacité en série avec la ligne.

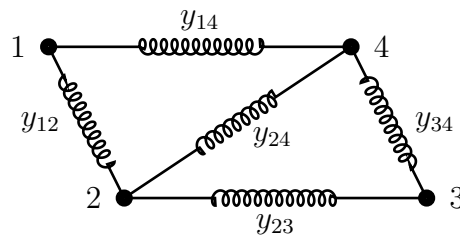
3. Réseau à trois nœuds



Le réseau est constitué des nœuds 1 et 2 qui sont des nœuds de production ($\underline{e}_1 = 130V$ et $\underline{e}_2 = 140V$) et le nœud 3 de consommation. Les lignes reliant 1, 2 et 3 ont la même réactance $x = 10\Omega (= l\omega)$. Les transformateurs associés aux 3 nœuds ont pour rapport de transformation $m = 230/130 = 1.77$, et leur impédance de court-circuit est négligée dans un premier temps.

- a) Une impédance de charge $Z = 10(1 + j)$ est connectée à \underline{e}_3 . Calculer la matrice admittance associée aux nœuds (1, 2, 3). En déduire la tension \underline{v}_3 . Calculer la puissance apparente consommée par la charge et fournies par les nœud 1 et 2. En déduire la puissances apparentes fournies par les primaires des transformateurs 1 et 2.
- b) Une puissance apparente $p_3 + jq_3 = 1100 + 900j$ est prélevée au nœud 3. Déterminer la tension au nœud 3.
- c) L'impédance de court-circuit des transformateurs est $z_{2c} = j0.5\Omega$. Une impédance de charge $Z = 10(1 + j)$ est connectée à \underline{e}_3 . Montrer qu'à l'aide de transformations triangle-étoile, on se ramène au cas a). Calculer alors les puissances apparentes fournies par les primaires des transformateurs 1 et 2.

4. Réseau à quatre nœuds



Le réseau est constitué des nœuds 1 et 3 qui sont des nœuds de production ($\underline{e}_1 = 240$, $\underline{e}_3 = 220$) et les nœuds 2 et 4 de consommation ($\underline{s}_2 = -500 - 250j$, $\underline{s}_4 = -1000 - 750j$).

- a) Déterminer la matrice admittance ($y_{12} = y_{34} = 0.01 - 0.1j$, $y_{14} = 0.02 - 0.2j$, $y_{24} = 0.02 - 0.1j$, $y_{23} = 0.01 - 0.2j$).
- b) Donner les équations et les inconnues en vue du calcul de la répartition des puissances.
- c) Le réseau est renforcé par un nœud de production supplémentaire 5 relié à 1 et à 4. Calculer la nouvelle répartition de puissances ($\underline{e}_5 = 240$, $y_{15} = y_{45} = 0.01 - 0.1j$).

5. Modèle de ligne

Le modèle de ligne comporte une inductance et une capacité par mètre de longueur (la résistance est négligée). On suppose $L = 1.3mH/km$ et $C = 10nF/km$. 1 désigne l'entrée et 2 la sortie de la ligne.

- a) Pour une longueur donnée de ligne d , exprimer \mathcal{M} la matrice reliant les grandeurs de sortie à celles d'entrée de la ligne.

$$\begin{pmatrix} \underline{v}_2 \\ \underline{i}_2 \end{pmatrix} = \mathcal{M} \begin{pmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{i}_1 \end{pmatrix}$$

- b) Pour 100 puis 500 km, comparer la valeur de \mathcal{M} avec celle qui serait obtenue par la mise en série de lignes de longueur 1 km.
- c) Résoudre les équations

$$\begin{cases} -\frac{\partial \underline{i}}{\partial x}(x) = jC\omega \underline{v}(x) \\ -\frac{\partial \underline{v}}{\partial x}(x) = jL\omega \underline{i}(x) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \underline{v}(0) = \underline{v}_1 \\ \underline{v}(d) = \underline{v}_2 \\ \underline{i}(0) = \underline{i}_1 \\ \underline{i}(d) = \underline{i}_2 \end{cases}$$

- d) Comparer la matrice obtenue à la question c) aux deux autres.

3 Transformation de l'énergie électrique

L'électricité se rencontre essentiellement sous trois formes : le courant continu (Direct Current) ; le courant alternatif (Alternative Current) de fréquence celle qui est distribuée à l'ordinaire (50 Hz) ; le courant alternatif de fréquence f différente de 50 Hz. Ces différentes espèces d'électricité se convertissent les unes vers les autres par les dispositifs dont les noms figurent dans le tableau :

depuis vers	DC (courant continu)	AC 50 Hz (courant alternatif)	AC $f > 50$ Hz (courant alternatif)
DC	hacheur	redresseur	redresseur
50 Hz AC	onduleur	transformateur ^a	-
$f > 50$ Hz AC	onduleur	via étage continu ^b	transformateur
$f < 50$ Hz AC	onduleur	cycloconvertisseur	-

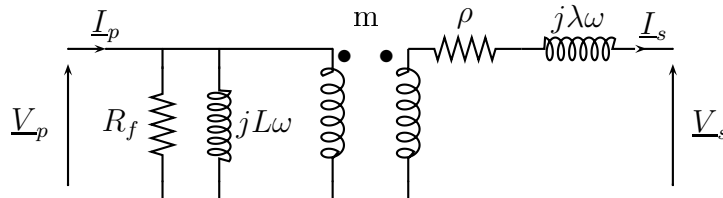
a. Le gradateur est également utilisé.

b. La conversion d'un courant alternatif à 50 Hz vers un courant alternatif de fréquence supérieure se fait par l'intermédiaire d'un étage de conversion vers le courant continu que par l'utilisation du cycloconvertisseur

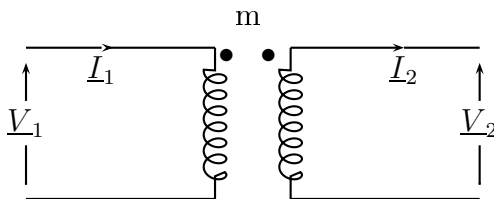
3.1 La conversion à fréquence fixe

Le transformateur monophasé

Le transformateur monophasé est composé d'un circuit magnétique autour duquel sont bobinés deux enroulements : l'un est appelé le primaire et l'autre le secondaire. La structure est donc identique à celle des deux bobines couplées vue à la séance 1, mais les équations électriques sont un peu modifiées pour les rendre d'utilisation aisée pour tel ou tel autre usage. Le schéma pratique pour l'utilisateur du transformateur est



où V_p, I_p sont les tensions et courant au primaire ; V_s, I_s sont les tensions et courant au secondaire. L'idéographie



symbolise les liaisons

$$\begin{cases} V_1 = m V_2 \\ I_1 = I_2/m \end{cases}$$

qui sont véritablement les relations de transformation de tension et de courant. Le coefficient m s'appelle le rapport de transformation : c'est le rapport du nombre de tours de l'enroulement primaire par le nombre de tours de l'enroulement secondaire. Si la tension

est multipliée par m alors le courant est divisé par m de manière que la puissance complexe soit conservée

$$\underline{V}_1 \underline{I}_1^* = \underline{V}_2 \underline{I}_2^*$$

Les autres coefficients du schéma sont

- R_f la résistance modélisant les pertes fer du transformateur ; i.e. les pertes par hystérésis et par courants de Foucault dans les tôles du transformateur ;
- L l'inductance de magnétisation ;
- λ la somme de l'inductance de fuite du secondaire et de celle du primaire ramenée au secondaire ;
- ρ la somme de la résistance du secondaire et de la résistance du primaire ramenée au secondaire.

Il est tout à fait normal que ces coefficients paraissent assez cryptiques en l'absence d'une analyse plus fine du passage du modèle de bobines couplées à celui du transformateur.

Ce modèle de transformateur est très pratique du point de vue de l'utilisateur. En effet si la tension primaire est connue, alors la tension secondaire à vide est $\underline{V}_s = m \underline{V}_p$ et ainsi le secondaire peut être vu comme un générateur d'impédance interne $\rho + j\omega\lambda$ et de force électromotrice $m \underline{V}_p$. D'autre part les pertes fixes dans le transformateur quelle que soit sa charge sont $|\underline{V}_p|^2/R_f$ et la puissance réactive consommée $|\underline{V}_p|^2/(L\omega)$.

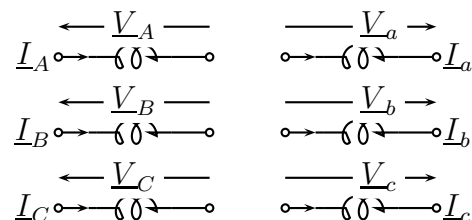
Le schéma du transformateur est donc très pratique d'utilisation, mais il faut retenir cependant qu'il est le résultat d'un certain nombre d'approximations valables seulement au voisinage de son point de fonctionnement nominal. La locution « fonctionnement nominal » indiquant que le fonctionnement se fait au voisinage des valeurs qui sont prévues par le constructeur ; celles-ci étant indiquée sur une « plaque signalétique » fixée sur le dispositif .

Le transformateur triphasé

Le transformateur triphasé est composé d'un circuit magnétique comportant trois colonnes sur chacune desquelles sont bobinées au moins deux enroulements : l'enroulement primaire et l'enroulement secondaire. Le cas où le transformateur comporte deux enroulements secondaires est fréquent.

Ramener le fonctionnement équilibré en triphasé d'un tel transformateur à un schéma monophasé équivalent et donc de décrire chacune des trois phases par le schéma électrique du transformateur monophasé avec une identification claire des coefficients de ce schéma est un exercice assez technique.

Toutefois l'exercice est simplifié si le transformateur est considéré comme idéal ; il ne reste plus que le rapport de transformation à examiner. Pour expliquer cela, convenons de représenter ainsi le transformateur à un seul secondaire



où le primaire est à gauche (grandes lettres), le secondaire à droite (petites lettres) et sont indiquées l'orientation des courants et tensions de phases qui est entrante pour le primaire et sortante pour le secondaire. Les tensions de ligne (i.e. entre deux phases) sont

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AB} = \underline{V}_A - \underline{V}_B & \quad ; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{V}_B - \underline{V}_C & \quad ; \quad \underline{U}_{CA} = \underline{V}_C - \underline{V}_A \\ \underline{U}_{ab} = \underline{V}_a - \underline{V}_b & \quad ; \quad \underline{U}_{bc} = \underline{V}_b - \underline{V}_c & \quad ; \quad \underline{U}_{ca} = \underline{V}_c - \underline{V}_a \end{aligned}$$

et bien sûr

$$\begin{aligned} \underline{V}_A = \underline{V}_p & ; \quad \underline{V}_B = a^2 \underline{V}_p & ; \quad \underline{V}_C = a \underline{V}_p & ; \quad \underline{I}_A = \underline{I}_p & ; \quad \underline{I}_B = a^2 \underline{I}_p & ; \quad \underline{I}_C = a \underline{I}_p \\ \underline{V}_a = \underline{V}_s & ; \quad \underline{V}_b = a^2 \underline{V}_s & ; \quad \underline{V}_c = a \underline{V}_s & ; \quad \underline{I}_a = \underline{I}_s & ; \quad \underline{I}_b = a^2 \underline{I}_s & ; \quad \underline{I}_c = a \underline{I}_s \\ \underline{U}_{AB} = \underline{U}_p & ; \quad \underline{U}_{BC} = a^2 \underline{U}_p & ; \quad \underline{U}_{CA} = a \underline{U}_p & ; \quad \underline{U}_{ab} = \underline{U}_s & ; \quad \underline{U}_{bc} = a^2 \underline{U}_s & ; \quad \underline{U}_{ca} = a \underline{U}_s \end{aligned}$$

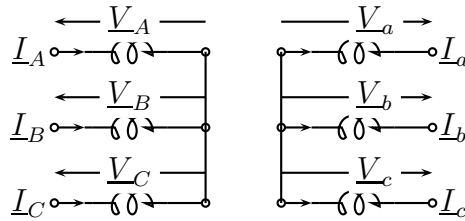
de manière que

$$\underline{U}_p = (1 - a^2) \underline{V}_p \quad ; \quad \underline{U}_s = (1 - a^2) \underline{V}_s$$

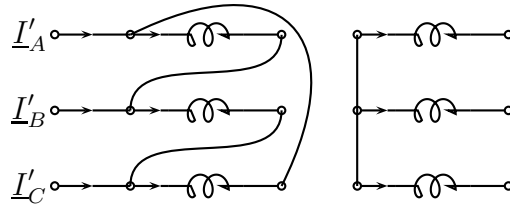
Le rapport de transformation d'une phase primaire par rapport à une phase secondaire est

$$m_0 = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_p} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_p}$$

c'est celui qui a lieu dans le cas où le couplage des phases primaire et secondaire est de type étoile :



Mais par contre dans le cas où le primaire est connecté en triangle :



les trois fils sortant du primaire sont parcourus par des courants

$$\underline{I}'_A = \underline{I}'_p \quad ; \quad \underline{I}'_B = a^2 \underline{I}'_p \quad ; \quad \underline{I}'_C = a \underline{I}'_p$$

où

$$\underline{I}'_p = (1 - a) \underline{I}_p$$

et les tensions de phase ne sont pas accessibles en l'absence de neutre, il faut utiliser les tensions de lignes

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}'_p \quad ; \quad \underline{U}'_{BC} = a^2 \underline{U}'_p \quad ; \quad \underline{U}'_{CA} = a \underline{U}'_p$$

pour lesquelles

$$\underline{U}'_p = \underline{V}_p$$

Comme d'autre part les tensions de lignes au secondaire sont toujours paramétrisées par

$$\underline{U}_s = (1 - a^2) \underline{V}_s$$

et que le rapport de transformation d'une phase par rapport à une phase primaire reste

$$m_0 = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_p} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_p}$$

il vient que le rapport de transformation entre l'entrée du transformateur et sa sortie doit être calculé par rapport aux tensions de lignes comme

$$\underline{m} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}'_p} = m_0 \frac{\underline{U}_p}{\underline{U}'_p} = m_0 \frac{(1-a^2) \underline{V}_p}{\underline{V}_p} = m_0 (1-a^2)$$

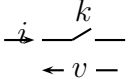
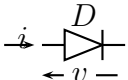
c'est un rapport complexe.

D'autres couplages sont possibles, le travail de les recenser et de déterminer les rapports de transformation est laissé en exercice.

3.2 La conversion électronique

Les composants de puissance

En plus des composants déjà connus, les dispositifs utiles à la description de la conversion électronique sont, en première approche, l'interrupteur et la diode.

nom du dispositif	symbole	relation
interrupteur		Si k ouvert $i = 0$, si k fermé $v = 0$
diode		$v i = 0$ et ($i \geq 0$ ou $v \leq 0$)

La relation entre tension et courant aux bornes de l'interrupteur est

$$v i = 0$$

où la branche $v = 0$ correspond à l'état fermé de l'interrupteur ($k = F$) et la branche $i = 0$ à l'état ouvert ($k = O$).

Tous les circuits d'électronique de puissance peuvent être décrits par un graphe reliant les éléments de l'ensemble des composants de circuit électrique déjà décrits au chapitre 1 auquel on ajoute l'interrupteur muni d'une description des conditions dans lesquelles il est ouvert ou fermé.

Il est cependant intéressant d'introduire la diode comme dispositif indépendant puisque contrairement à l'interrupteur elle existe comme composant. C'est un interrupteur qui est ouvert quand $v \leq 0$ (la diode est alors dite bloquée) et fermé quand $i > 0$ (la diode est dite passante). Un qualificatif souvent utilisé pour la diode est que c'est un interrupteur unidirectionnel (le courant ne peut passer que dans un seul sens) et non-commandé (c'est le circuit extérieur à elle qui détermine son état).

L'interrupteur n'est pas un composant mais plutôt une fonction qui peut être réalisée au moyen de deux composants : le transistor et le thyristor.

Le transistor est un composant qui comporte trois bornes appelée l'émetteur, le collecteur et la base : il se comporte comme un interrupteur qui est fermé tant qu'une certaine tension est maintenue sur la base et ouvert autrement.

Le thyristor est également un composant à trois bornes, qui se comporte comme un interrupteur ouvert tant qu'une certaine tension n'a pas été appliquée sur sa base ; ensuite il se comporte comme une diode tant que le courant qui le traverse est positif.

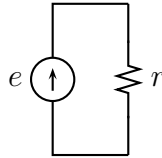
Par opposition à la diode, ces deux composants sont dit commandés puisqu'ils se ferment sous l'action d'une tension de commande. Mais une étude un peu précise de leur fonctionnement nécessiterait plus de temps que l'on souhaite ici en accorder, d'autant qu'elle nécessite quand même l'introduction de quelques notions de physique du solide afin de ne pas rester dans la simple description phénoménologique.

Les transistors et thyristor sont unidirectionnels, pour réaliser avec eux des interrupteurs bidirectionnels il est nécessaire de réaliser des montages comportant plusieurs de ces composants.

Le filtrage

Les deux filtres utilisés sont l'inductance qui, placée en série avec une charge, limite les variations du courant dans cette charge ; et la capacité qui, placée en parallèle à une charge, limite les variations de tensions aux bornes de cette charge.

Par exemple dans un circuit d'une tension débitant sur une résistance



l'introduction en série d'une inductance de lissage fait que le courant dans la résistance est plus lisse qu'il ne l'aurait été sans la présence de cette inductance.

$$e(t) = E + \sqrt{2} \Re\{V \exp^{j \omega t}\} \implies \begin{cases} \text{avec } l & i(t) = \frac{E}{r} + \sqrt{2} \Re\left\{\frac{V}{\sqrt{r^2 + (l\omega)^2}} \exp^{j(\omega t + \varphi)}\right\} \\ \text{sans } l & i(t) = \frac{E}{r} + \sqrt{2} \Re\left\{\frac{V}{r} \exp^{j \omega t}\right\} \end{cases}$$

l'amplitude de la composante fluctuante est réduite de $r/\sqrt{r^2 + (l\omega)^2}$.

La synthèse des convertisseurs

Avec l'idée d'interrupteur commandé et de diode, avec la connaissance des composants de circuit électrique, la discipline qui consiste à trouver des montages réalisant des fonctions souhaitées s'appelle la synthèse des convertisseurs.

Pour l'instant, c'est une technique qui procède de façon inverse : la connaissance a priori de montages de base permet de dégager un catalogue de fonctions parmi lesquelles peuvent se faire les choix.

3.3 Références

- [1] B. Hochart, « Le transformateur de puissance », Technique et Documentation (Lavoisier), 1988. (Pour des compléments sérieux sur les transformateurs.)
- [2] C. Lander, « Électronique de puissance », Édiscience, 1989. (Pour une approche générale de l'électronique de puissance.)

3.4 Exercices

1. Transformateur monophasé

a) identifier les valeurs des coefficients du schéma équivalent du transformateur : l'essai à vide (comprendre le secondaire à vide et le primaire alimenté) de transformateur monophasé fournit les valeurs

$$V_{p0} = 230 \text{ V} \quad ; \quad I_{p0} = 0.95 \text{ A} \quad ; \quad P_0 = 52.9 \text{ W} \quad ; \quad V_{s0} = 115 \text{ V}$$

l'essai en court-circuit (comprendre le primaire court-circuité, le secondaire alimenté) fournit

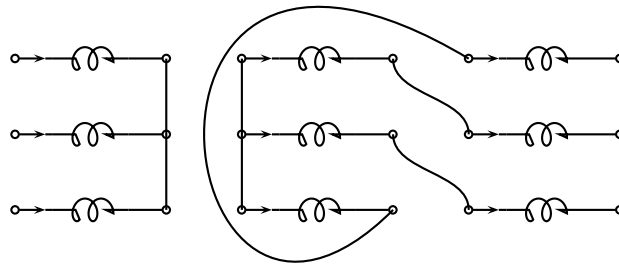
$$V_{scc} = 5 \text{ V} \quad ; \quad I_{scc} = 12.1 \text{ A} \quad ; \quad P_{cc} = 14.7 \text{ W}$$

b) on utilise ce transformateur pour alimenter une charge d'impédance $z = 5 + 4.6j \Omega$ quel est le rendement du transformateur ?

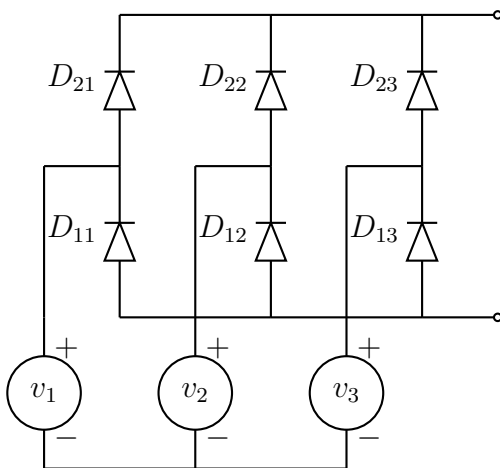
2. Branchements dans un transformateur triphasé

a) Étudier toutes les possibilités de branchement d'un transformateur triphasé à un secondaire.

b) Même question dans le cas où le transformateur possède deux secondaires. On se limitera au montage zig-zag.



3. Étude du pont de Graëtz



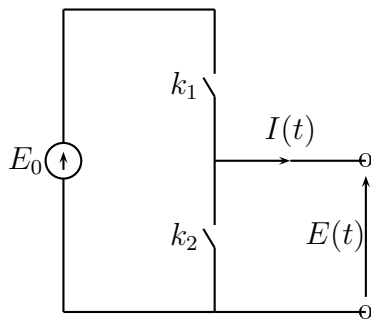
a) Montrer que si on appelle v_1, v_2, v_3 les tensions entre phase et neutre d'une alimentation triphasé, la tension de sortie à vide d'un pont de Graetz est

$$\max\{v_1, v_2, v_3\} - \min\{v_1, v_2, v_3\}$$

En déduire la valeur de la composante continue de cette tension dans le cas où l'alimentation est équilibrée.

b) Calculer l'ondulation crête à crête de la tension de sortie.

4. Étude d'un hacheur à 2 quadrants



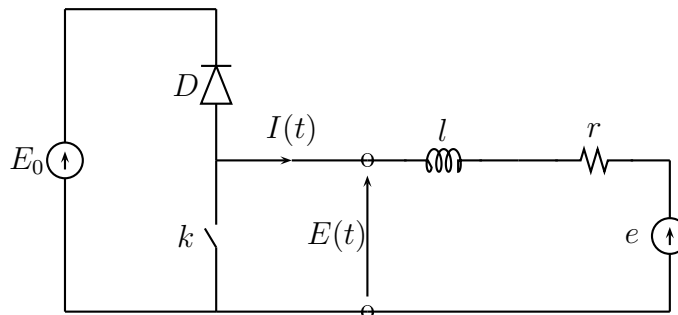
$0 < t < \Theta T$: K_1 fermé; K_2 ouvert
 $\Theta T < t < T$: K_1 ouvert; K_2 fermé
 +périodicité période T
 Θ est le rapport cyclique de K_1

a) Calculer la tension moyenne à vide.

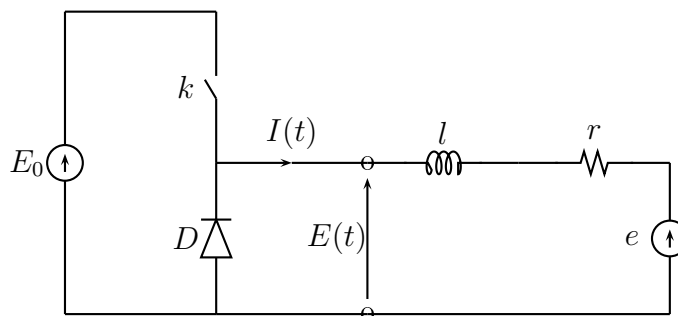
b) On charge sur une résistance r en série avec une force électromotrice e . Quel est le courant moyen? Tracer qualitativement l'allure de $I(t)$. Toujours qualitativement, qu'arrive-t-il si on intercale une inductance en série entre la charge et le hacheur?

c) On intercale une inductance de lissage l . Quel est le courant moyen? Tracer qualitativement l'allure du courant $I(t)$.

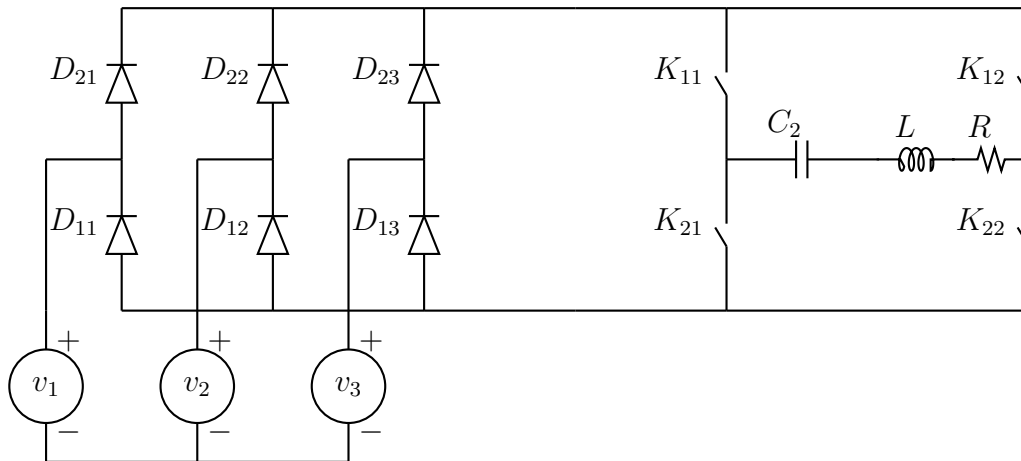
d) Expliquer le fonctionnement de



e) Expliquer le fonctionnement de



5. Onduleur à résonance série monophasé alimenté par un pont de Graëtz Expliquer le fonctionnement de



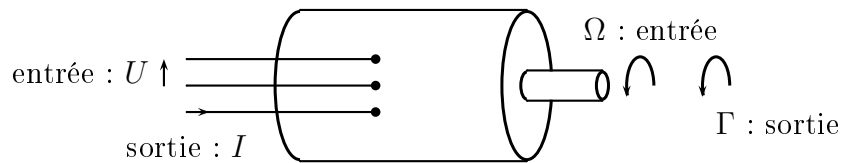
- Quel découplage peut-il être fait pour ramener ce circuit à un circuit plus simple ?
- Comment faut-il alors commander les interrupteurs pour injecter un courant voisin d'un courant sinusoïdal de fréquence f à la charge R-L ?
- Quelle est la fonction de C_2 ?

4 Machine asynchrone

Le moteur asynchrone triphasé (justement dénommé induction motor en anglais) est le type de moteur le plus courant de par sa fiabilité, son entretien faible et sa simplicité de mise en œuvre.

4.1 Principe de fonctionnement

Le but n'est pas ici d'expliciter la genèse du modèle électromécanique du moteur asynchrone, mais de donner son modèle externe d'un point de vue utilisateur. L'utilisateur maîtrise la tension d'entrée et la vitesse de la machine. Le modèle équivalent donne le courant et le couple en fonction de la tension et de la vitesse.



Tout mouvement relatif d'un cadre par rapport à un champ magnétique crée des courants induits dans le cadre. Il s'exerce un couple (action entre le champ et les courants induits) qui tend à amener le cadre dans une direction perpendiculaire au champ. *Ce principe est utilisé pour le moteur asynchrone.*

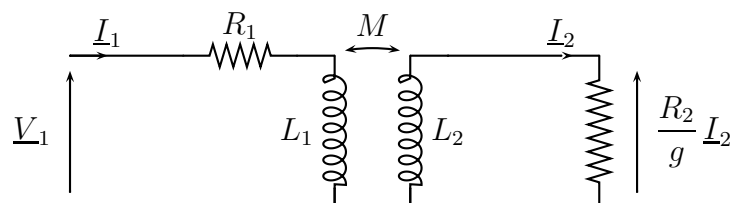
Les conducteurs du stator (partie fixe) sont alimentés par des tensions triphasées équilibrées. La périodicité géométrique de chaque phase est p , également appelé nombre de paires de pôles.

Les conducteurs du rotor (partie mobile) sont court-circuités. Ces conducteurs sont soit des barres reliées entre elles par des anneaux de court-circuit (rotor à cage), soit des enroulements reliés de chaque côté en étoile décalés de $2\pi/3$ (rotor bobiné).

De par le décalage temporel de l'alimentation statorique, le champ magnétique du stator est qualifié de "tournant". Sa "vitesse" de rotation est équivalente à ω/p . La vitesse rotorique Ω est légèrement inférieure à ω/p . Le glissement $g = 1 - p\Omega/\omega$ (calculé en %) est une grandeur utile pour le schéma équivalent.

4.2 Modèle équivalent

Le modèle monophasé équivalent classique du moteur asynchrone triphasé est :



où 1 désigne les grandeurs statoriques et 2 les grandeurs rotoriques, R les résistances d'une phase, L les inductances cycliques, M la mutuelle stator-rotor, V_1 la tension d'alimentation de phase, et (I_1, I_2) les courants de phase statoriques et rotoriques.

Ce modèle correspond directement à celui d'un moteur à rotor bobiné. Il est également utilisé pour les moteurs à cage en se ramenant à des grandeurs équivalentes.

Ce modèle est qualifié de “transformateur à champ tournant” de par sa proximité avec celui d’un transformateur.

Les équations correspondantes sont :

$$\begin{cases} \underline{V}_1 &= (R_1 + jL_1\omega)\underline{I}_1 - jM\omega\underline{I}_2 \\ 0 &= jM\omega\underline{I}_1 - \left(\frac{R_2}{g} + jL_2\omega\right)\underline{I}_2 \end{cases}$$

En pratique la résistance R_1 est négligée pour les moteurs à partir de quelques kW , ce qui simplifie les équations. Dans ce cas :

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ -\underline{I}_2 \end{pmatrix} = \frac{\underline{V}_1}{(M^2 - L_1L_2)\omega^2 + j\frac{R_2}{g}L_1\omega} \begin{pmatrix} \frac{R_2}{g} + jL_2\omega \\ -jM\omega \end{pmatrix}$$

Puissances

La puissance apparente est alors :

$$\underline{S} = P_a + jQ = 3\underline{V}_1\underline{I}_1^* = 3 \left(\frac{R_2}{g} |\underline{I}_2|^2 \right) + j3 (L_1\omega |\underline{I}_1|^2 - L_2\omega |\underline{I}_2|^2)$$

Comme les pertes Joule du moteur sont :

$$P_j = 3R_2|\underline{I}_2|^2$$

la puissance mécanique P_m théorique disponible sur l’arbre est

$$P_m = P_a - P_j = 3R_2|\underline{I}_2|^2 \left(\frac{1-g}{g} \right)$$

le rendement *théorique* (majorant du rendement réel) est :

$$\eta_{th} = \frac{P_m}{P_a} = 1 - g > \eta$$

En exprimant le courant \underline{I}_2 en fonction de \underline{V}_1 , et après simplifications la puissance mécanique s’exprime comme :

$$P_m = (1-g)P_a = \frac{3p\Omega}{\omega} \left(\frac{M\omega}{L_1\omega} \right)^2 |\underline{V}_1|^2 \frac{R_2}{\frac{R_2^2}{g} + (\sigma L_2\omega)^2 g}$$

avec σ qui désigne le coefficient de dispersion :

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1L_2}$$

Couple

En posant :

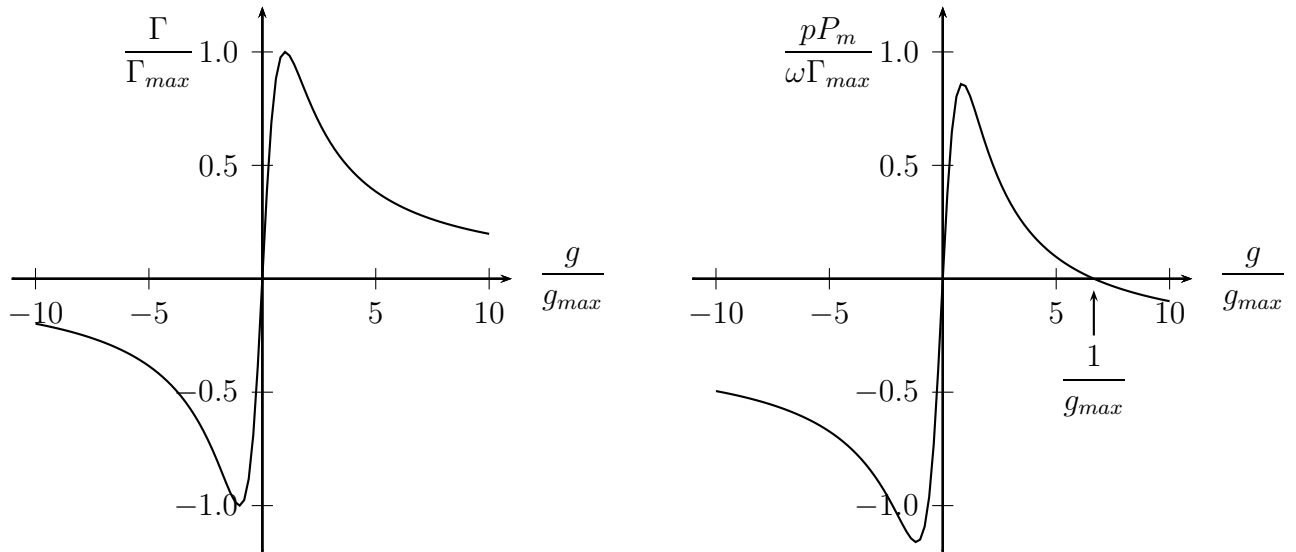
$$g_{max} = \frac{R_2}{\sigma L_2 \omega} \quad \Gamma_{max} = \frac{3p}{2\omega} \left(\frac{M}{L_1} \right)^2 \frac{|V_1|^2}{\sigma L_2 \omega} = \frac{3p}{2\omega} (1 - \sigma) \frac{|V_1|^2}{\sigma L_1 \omega}$$

on obtient le couple à partir de la puissance mécanique sous la forme :

$$\Gamma = \frac{P_m}{\Omega} = p \frac{P_a}{\omega} = \frac{2\Gamma_{max}}{\frac{g}{g_{max}} + \frac{g_{max}}{g}}$$

On peut distinguer trois fonctionnements possibles (figure suivante) :

- moteur ($\Gamma > 0, \Omega > 0$) pour $g \in [0, 1]$ soit $\Omega \in [0, \omega/p]$. Cela correspond à $P_m > 0$ et $P_a > 0$: la machine fournit de la puissance mécanique et reçoit du réseau de la puissance électrique (convention moteur). Le rendement théorique est $\eta = P_m/P_a = 1 - g$.
- génératrice ($\Gamma < 0, \Omega > 0$) pour $g < 0$ soit $\Omega > \omega/p$. Cela correspond à $P_m < 0$ et $P_a < 0$: la machine reçoit de la puissance mécanique et transmet au réseau de la puissance électrique. Le rendement théorique est $\eta = P_a/P_m = 1/(1 - g)$.
- frein ($\Gamma > 0, \Omega < 0$) pour $g > 1$ soit $\Omega < 0$. Cela correspond à $P_m < 0$ et $P_a > 0$: la machine reçoit de la puissance mécanique de l'arbre et de la puissance électrique du réseau. Le rendement théorique est $\eta = -P_m/(P_a - P_m) = 1 - 1/g$.



Le fonctionnement de la machine en régime permanent est stable si à tout écart de vitesse correspond un écart de couple qui ramène la machine à sa vitesse initiale, soit (si Γ_{ch} désigne le couple de charge) :

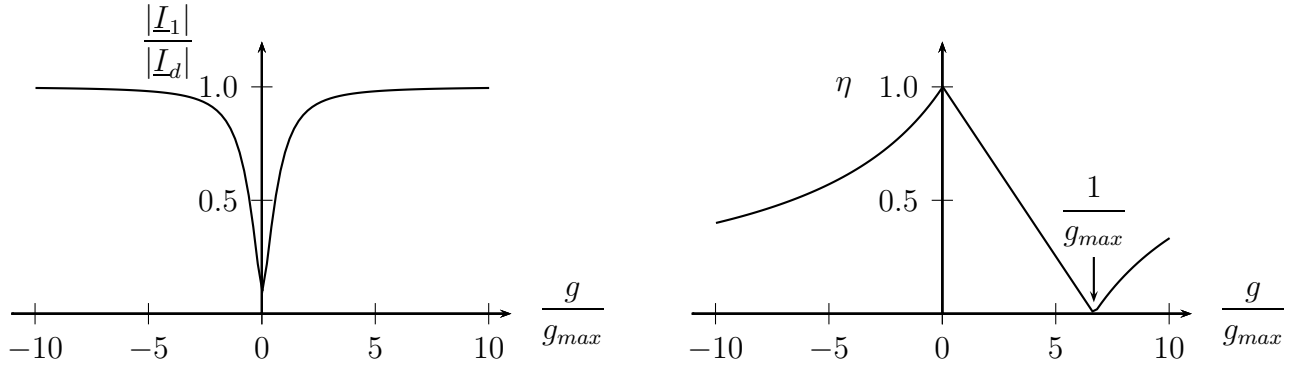
$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} - \frac{d\Gamma_{ch}}{d\Omega} < 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d\Gamma}{dg} - \frac{d\Gamma_{ch}}{dg} > 0$$

Pour un couple de charge constant, le fonctionnement est donc stable pour $-g_{max} < g < g_{max}$, ainsi qu'en mode frein.

Le courant statorique est :

$$|I_1| = \frac{|V_1|}{\sigma L_1 \omega} \sqrt{\frac{\sigma^2 + \left(\frac{g}{g_{max}}\right)^2}{1 + \left(\frac{g}{g_{max}}\right)^2}} \simeq |I_d| \sqrt{\frac{\sigma^2 + \left(\frac{g}{g_{max}}\right)^2}{1 + \left(\frac{g}{g_{max}}\right)^2}}$$

Cela permet de comparer le courant de démarrage au courant d'utilisation de la machine : le courant de démarrage est très supérieur au courant nominal de la machine. La machine en marche normale est utilisée pour de faibles glissements : le rendement nominal est proche de 1.



4.3 Synthèse du modèle

Le glissement est lié à la vitesse par :

$$g = \frac{\omega/p - \Omega}{\omega/p} \quad \leftrightarrow \quad \Omega = \frac{\omega}{p}(1 - g)$$

le couple s'obtient comme :

$$\Gamma = \frac{2\Gamma_{max}}{\frac{g}{g_{max}} + \frac{g_{max}}{g}}$$

avec

$$g_{max} = \frac{R_2}{\sigma L_2 \omega} \quad \Gamma_{max} = \frac{3p}{2\omega} \left(\frac{M}{L_1}\right)^2 \frac{|V_1|^2}{\sigma L_2 \omega} = \frac{3p}{2\omega} (1 - \sigma) \frac{|V_1|^2}{\sigma L_1 \omega}$$

Les puissances sont déterminées par :

$$P_m = \Gamma \Omega \quad P_a = 3\mathcal{R}e(V_1 I_1^*)$$

Pour un moteur, le rendement est :

$$\eta = \frac{P_m}{P_a} < \eta_{th} = 1 - g$$

En pratique le rendement est inférieur à $1 - g$, du fait des pertes Joule statoriques, des pertes fer (non présentées dans le modèle), et des pertes mécaniques de l'arbre tournant.

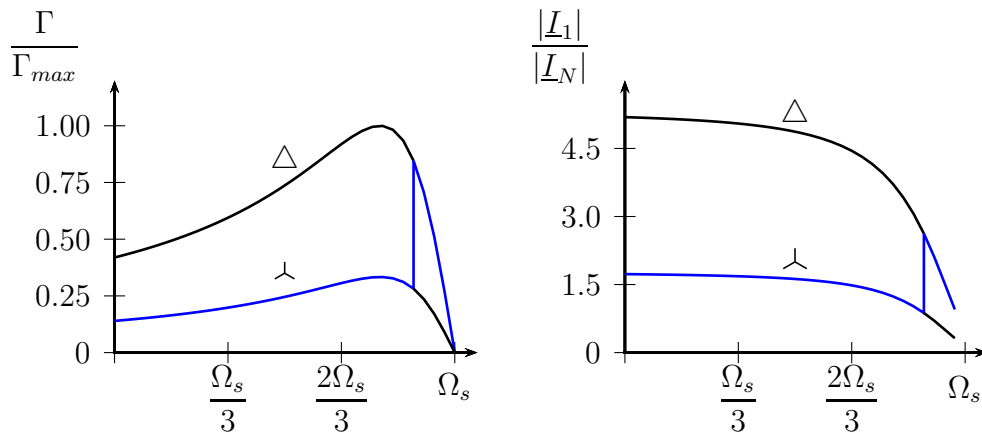
4.4 Utilisations du moteur

Vitesse fixe

Le moteur est branché tel que au réseau triphasé (BT pour une puissance inférieure à $130kW$, HTA pour des puissances inférieure à $10MW$). Sa vitesse de rotation est quasiment fixe : elle est comprise entre sa vitesse nominale (pour un couple nominal) et sa vitesse de synchronisme (ω/p , pour un couple nul), soit une variation de quelques pour-cent. Pour un réseau $50Hz$, les vitesses courantes sont $3000 - 1500 - 1000 tr/mn$.

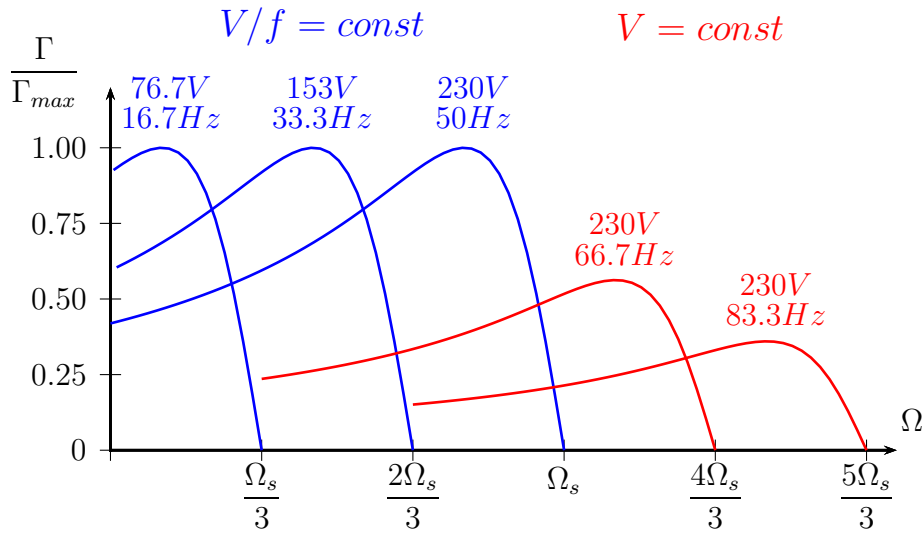
Au démarrage les courants transitoires sont de l'ordre de 7 le courant nominal sous tension nominale. Différentes stratégies sont utilisées pour limiter le courant de démarrage :

- abaissement de la tension statorique par autotransformateur (fortes puissances), gradataur (harmoniques de courants, puissances inférieures à $500kW$) : le courant est proportionnel à U , le couple à U^2
- abaissement de la tension statorique par insertion de résistance (BT) ou d'inductance (HTA)
- augmentation de la résistance rotorique (insertion de résistances pour un moteur à rotor bobiné ou double cage rotorique).
- changement du nombre de pôles (faibles puissances)
- changement de couplage des enroulements statoriques étoile-triangle (puissances inférieures à $500kW$)



Vitesse variable

Pour les applications à vitesse variable un redresseur/onduleur est inséré entre le réseau et le moteur. La commande la plus classique est dite scalaire ou à flux constant $V/f = V_n/50$ (où V_n désigne la tension nominale). En abaissant la fréquence, le moteur fonctionne toujours dans la partie stable de la caractéristique couple-vitesse. Comme le couple maximum reste constant quelle que soit la fréquence pour cette commande, cela est adapté à des applications nécessitant un couple de démarrage élevé. Les applications ne doivent pas nécessiter des performances dynamiques élevées (pompes, ventilateurs). Il est également possible de dépasser la fréquence de $50Hz$ en maintenant la tension à V_n : le flux diminue, et l'on parle de défluxage de la machine. Le couple maximum diminue alors.



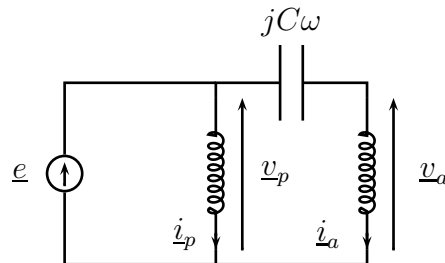
Est également utilisée la commande vectorielle. Le principe est de se ramener dans le plan de phase à des courants qui se décomposent suivant deux axes perpendiculaires, pour contrôler efficacement le couple. Les performances dynamiques sont meilleures. Si un capteur de position est apposé, la commande de vitesse est effective dès le démarrage.

4.5 Moteur asynchrone monophasé

Le principe de fonctionnement est globalement identique à celui du moteur triphasé : le champ statorique crée des courants induits dans des enroulements rotoriques en court-circuit.

Deux enroulements au stator sont alimentés par un système diphasé de tension : ces tensions déphasées de $\pi/2$ dans l'espace de phase. Leur correspondent deux enroulements rotoriques en court-circuit, ce qui permet un mouvement continu du rotor. Le déphasage entre les deux tensions est réalisé grâce à un condensateur, ce qui permet d'utiliser une même source de tension monophasée. L'enroulement principal (noté p) est connecté directement à la source de tension, l'enroulement auxiliaire (noté a) est mis en série avec le condensateur.

Pour faciliter le démarrage, et diminuer les courants statoriques au démarrage, on insère en parallèle de ce condensateur permanent, un condensateur de démarrage. Ce condensateur de démarrage est mis hors-tension en régime permanent.



[1] B. Laporte "Machines électriques tournantes", Ellipses, 2007.

[2] J. Bonal "Utilisation industrielle des moteurs à courant alternatif", Tec&Doc, 2002.

4.6 Exercices

Moteur asynchrone triphasé

La plaque signalétique d'un moteur fournit les données suivantes :
Moteur triphasé fermé *IP55* 400 V, 4 pôles, 50 Hz monté en triangle classe *F* - Service *S1*

Puissance	110 kW
Vitesse	1484 tr/mn
Couple	708 N.m
Courant (de ligne)	197 A
$\cos \varphi$	0.85
Rendement	94.8 %
Courant de démarrage	$I_d/I_N = 7$
Couple de décrochage	$\Gamma_m/\Gamma_N = 2.6$
Masse	670 kg

a) Calculer les puissances mécaniques, active et réactive, les pertes Joule rotoriques à partir des autres données.

b) Calculer le glissement maximum. Tracer le couple en fonction du glissement. Graduer les abscisses également en fonction de la vitesse.

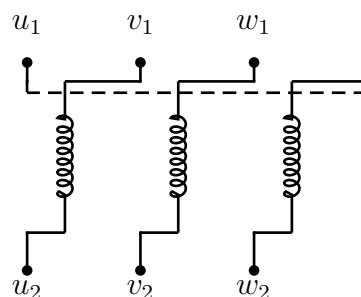
c) Tracer sur la caractéristique couple moteur fonction du glissement, le couple de charge fonction du glissement pour des charges de type $\Gamma = \Gamma_N$, $\Gamma = \alpha\Omega$, $\Gamma = \beta\Omega^2$ avec α et β choisis tels qu'ils passent par le point (g_N, Γ_N) .

d) Le moteur entraîne une charge de caractéristique mécanique $\Gamma = \alpha\Omega$. A vitesse nominale, le couple de charge correspond au couple nominal du moteur. Calculer le couple de charge pour 1000tr/mn.

Pour faire varier la vitesse on préconise une commande en V/f . Commenter l'intérêt. Calculer la fréquence d'alimentation pour avoir une vitesse de l'ensemble moteur-charge de 1000tr/mn. Tracer pour cette fréquence la caractéristique du couple en fonction du glissement.

En déduire le couple de la machine à vitesse nominale si la variation de fréquence est instantanée.

e) Calculer le couple, et l'impédance équivalente au démarrage en supposant que le moteur est couplé en triangle.



f) Les borniers des trois phases notées (u, v, w) sont représentés sur la figure précédente. Indiquer les connexions entre u_1, v_1, w_1 et u_2, v_2, w_2 pour les couplages étoile et triangle. Commenter l'intérêt d'un démarrage du moteur avec un couplage en étoile.

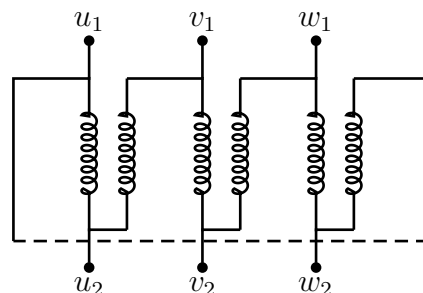
g) Pour avoir le point de fonctionnement à $1000 \text{tr}/\text{mn}$, on suppose que l'on puisse faire varier la résistance rotorique. Calculer la nouvelle valeur de la résistance rotorique pour ce point, les pertes Joule et un majorant du rendement. Conclure. Commenter l'intérêt de l'augmentation de la résistance rotorique lors d'un démarrage du moteur.

Moteur asynchrone triphasé multi-vitesses

Le changement de polarité d'un moteur permet d'avoir des vitesses de synchronisme différentes, donc des vitesses de fonctionnement différentes. La plaque signalétique d'un moteur bi-vitesse 4 pôles/2 pôles fournit les données suivantes :

	P (kW)	Ω (tr/mn)	$\cos \varphi$	I (A)	I_d/I	Γ_d/Γ	Γ_m/Γ	m (kg)	J (g.m ²)
PV	2.6	1440	0.8	5.85	6.1	1.7	2.5	30	7.25
GV	3.1	2900	0.87	6.8	7.3	1.6	2.6		

Chaque phase comporte deux enroulements. Ceux-ci sont mis en série et les phases sont couplées en triangle pour la petite vitesse, en parallèle avec couplage des phases en étoile pour la grande vitesse.



a) Indiquer les connexions entre u_1, v_1, w_1 et u_2, v_2, w_2 pour la petite vitesse et la grande vitesse. Sachant que le couple est proportionnel dans ce cas au nombre de paires de pôles fois la tension d'un enroulement, indiquer le rapport théorique de Γ_{GV}/Γ_{PV} et P_{GV}/P_{PV} . Comparer par rapport aux valeurs pratiques.

b) Tracer le couple en fonction de la vitesse pour la petite et la grande vitesse. Commenter l'intérêt au démarrage et à l'arrêt.

c) Calculer les couples de démarrages théoriques. Les comparer aux valeurs de la plaque signalétique.

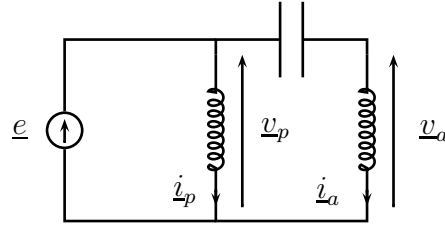
Moteur asynchrone monophasé

Le moteur est constitué d'un enroulement principal et d'un enroulement auxiliaire au stator. La tension de l'enroulement auxiliaire \underline{v}_a est déphasée par rapport à celle de l'enroulement principal \underline{v}_p à l'aide d'un condensateur $-jx$. Les deux enroulements du rotor sont en court-circuit. Pour des glissements proches du glissement nominal, les flux des enroulements principaux et auxiliaires sont :

$$\begin{pmatrix} \underline{\varphi}_p \\ \underline{\varphi}_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_p - j\alpha L_{pr}^2 & \beta L_{pr} L_{ar} \\ \beta L_{pr} L_{ar} & L_a - j\alpha L_{ar}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{i}_p \\ \dot{i}_a \end{pmatrix}$$

où $L_p, L_a, L_r, L_{pr}, L_{ar}$ désignent respectivement les inductances propres des enroulements principal, auxiliaire, rotorique et mutuelles principal-rotorique et auxiliaire-rotorique. $\alpha = (1 - 3j)/4L_r$ et $\beta = (1 + j)/(4L_r)$. Le couple moyen est :

$$\Gamma = \frac{1}{4L_r} \left(L_{pr}^2 |\dot{i}_p|^2 + L_{ar}^2 |\dot{i}_a|^2 - 2L_{ar}L_{pr} \Im m(\dot{i}_a \dot{i}_p^*) \right)$$



a) Déterminer les courants \dot{i}_p, \dot{i}_a pour une tension de la source sinusoïdale (50 Hz) de valeur efficace $|\underline{e}| = 230V$. ($R_p = 0.6\Omega, L_p = 0.1H, R_a = 3.4\Omega, L_a = 0.22H, L_{pr} = 0.65mH, L_{ar} = 1mH, R_r = 3.3 * 10^{-5}\Omega, L_r = 5 * 10^{-6}H, -jx = -76j$).

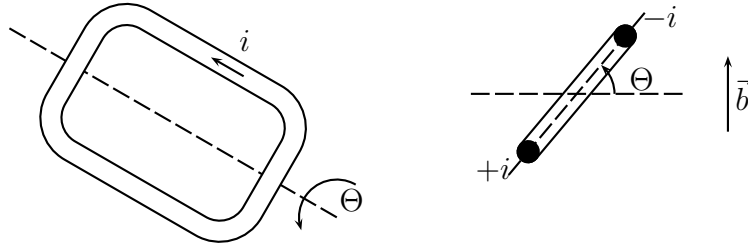
b) Calculer le couple et le rendement du moteur pour un glissement de 2.25%.

5 Convertisseurs électromécaniques

Les descriptions qui suivent sont celles de moteurs électriques réduits à leur plus simple expression. Il convient de noter que les moteurs réels peuvent être décrits avec des approximations moins abruptes, mais ce serait au prix de plus de lourdeur.

5.1 Un cadre tournant dans une induction magnétique uniforme

Le cadre est fait d'une matière qui peut conduire le courant électrique ;



Il ne comporte qu'un seul degré de liberté en rotation et donc son mouvement ainsi que l'évolution du courant électrique qui le parcourt sont décrits par les variables

- Θ l'angle que fait le cadre avec le plan normal à l'induction uniforme ;
- $\Omega = \frac{d\Theta}{dt}$ la vitesse angulaire du cadre ;
- i le courant électrique parcourant le cadre ;

La loi de Faraday affirme que la variation du flux magnétique ($b \cos \Theta S$) due au mouvement du cadre crée une force électromotrice

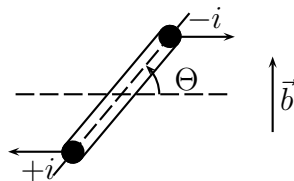
$$-\frac{d}{dt} \left(b \cos \Theta S \right) = b S \Omega \sin \Theta$$

où S est la mesure de la surface plane dont le bord est la fibre moyenne du cadre et où b est l'intensité de l'induction magnétique. Cette force électromotrice est équilibrée par les chutes de tension dues aux pertes Joule dans le cadre et à la variation du flux magnétique propre ($l i$) soit

$$b S \Omega \sin \Theta = r i + l \frac{di}{dt}$$

où r est la résistance électrique du cadre et l son inductance propre.

Les deux forces de Laplace sur les deux conducteurs parallèles à l'axe de rotation sont placées comme



et ont pour expression

$$i b$$

elles conduisent donc au couple électromagnétique

$$-2 b i \underbrace{\text{longueur du cadre} \times \text{demi-largeur}}_{= S/2} \sin \Theta = -b i S \sin \Theta$$

qui tend à aligner le moment dipolaire magnétique correspondant au cadre avec l'induction magnétique source. Ce couple est équilibré par la variation de moment cinétique et un couple extérieur Γ_x soit

$$J \frac{d\Omega}{dt} = -b i S \sin \Theta + \Gamma_x$$

où J est le moment d'inertie du cadre.

Le bilan de puissance est alors

$$\begin{array}{rcl} b S \Omega \sin \Theta & = & r i + l \frac{di}{dt} \quad \times \quad -i \\ + & & \\ J \frac{d\Omega}{dt} & = & -b i S \sin \Theta + \Gamma_x \quad \times \quad \Omega \end{array}$$

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J \Omega^2 + \frac{1}{2} l i^2 \right)}_{\text{variation par rapport au temps des énergies magnétique et cinétique}} + \underbrace{r i^2}_{\text{pertes Joules}} = \underbrace{\Gamma_x \Omega}_{\text{travail du couple extérieur}}$$

dans lequel s'élimine le terme

$$-b S i \Omega \sin \Theta$$

qui est exactement la puissance échangée entre l'électricité et la mécanique. Si le terme est positif cette puissance passe de l'électricité vers la mécanique : c'est le fonctionnement moteur. S'il est négatif la puissance passe cette fois-ci de la mécanique vers l'électricité : c'est le fonctionnement alternateur ou frein. Ce terme s'écrit donc de deux façons

$$-b S i \Omega \sin \Theta = - \underbrace{E}_{= b S \Omega \sin \Theta} i = \underbrace{\Gamma}_{=-b S i \sin \Theta} \Omega$$

où

- * Γ est le couple dû à l'interaction du courant électrique dans le cadre et de l'induction magnétique appliquée \vec{b} ;
- * E est la force électromotrice résultant du mouvement du cadre dans l'induction magnétique appliquée \vec{b} .

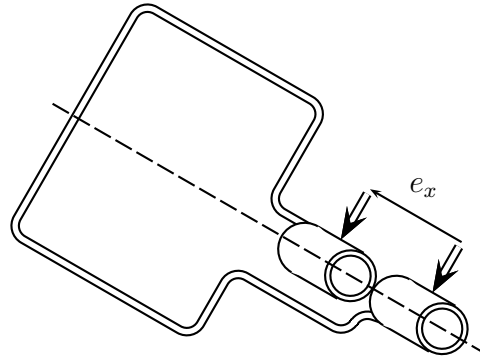
5.2 La commutation

Le cadre précédent placé dans une induction uniforme n'est pas très utile comme moteur. Si le couple extérieur Γ_x est nul alors

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J \Omega^2 + \frac{1}{2} l i^2 \right) = -r i^2 \leq 0$$

S'il y avait un courant i_0 et une vitesse Ω_0 à l'origine, ceux-ci disparaîtraient, consommés par les pertes joules.

Étude approchée de la commutation mécanique Par contre l'ouverture du cadre permet d'intercaler des bagues



à partir desquelles une tension extérieure e_x peut être imposée en utilisant des contacts glissants (pratiquement des charbons pressés sur la bague avec un ressort); on dit aussi des balais . L'équation électrique est alors

$$e_x + b S \Omega \sin \Theta = r i + l \frac{di}{dt}$$

sans que les équations mécaniques changent.

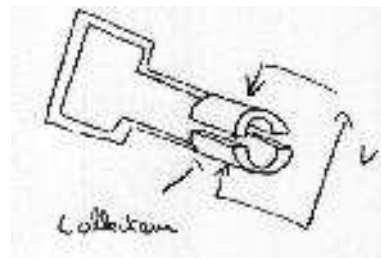
Si e_x est contrôlée de manière que le couple électromagnétique, dont l'expression est encore

$$\Gamma = -b S i \sin \Theta$$

soit toujours positif alors la fonction de moteur sera réalisée.

Un tel contrôle est réalisé par commutation. Il y a deux types de commutations possibles : 1) la commutation électronique où la tension e_x est fournie par un dispositif d'électronique de puissance voisin de ceux qui ont été étudiés dans le chapitre 3 ; 2) la commutation mécanique qui va être brièvement expliquée.

Une commutation mécanique du courant électrique peut être réalisée en reliant le cadre à une seule bague



qui est coupée en deux de manière que si la tension V du dessin est continue alors le courant injecté à la demi-bague du dessus ainsi que le courant collecté par la demi-bague du dessous sont toujours dirigés dans le même sens. Ce dispositif s'appelle un collecteur; la tension d'excitation est

$$e_x = V \Pi(\sin(\Theta - \Theta_x))$$

où

$$\Pi(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } u > 0 \\ -1 & \text{sinon} \end{cases}$$

et où Θ_x et $\Theta_x + \pi$ sont les angles auxquels se passe la commutation : Θ_x est un paramètre de contrôle.

Le système électromécanique devient alors

$$\begin{cases} l \frac{di}{dt} = -r i + V \Pi(\sin(\Theta - \Theta_x)) + b S \Omega \sin \Theta \\ J \frac{d\Omega}{dt} = -b i S \sin \Theta + \Gamma_x \\ \frac{d\Theta}{dt} = \Omega \end{cases}$$

Et il s'agit de déterminer Θ_x pour que le couple soit le plus grand possible. Sans être difficile, cette étude demande un peu d'une attention qui trouvera un meilleur usage à être accordée à cette autre étude simplifiée par l'hypothèse que l'inductance propre du cadre serait suffisamment petite pour qu'il soit possible de négliger le terme qui lui correspond. Dans ce cas l'équation électrique devient

$$r i = V \Pi(\sin(\Theta - \Theta_x)) + b S \Omega \sin \Theta$$

et le couple électromagnétique s'écrit

$$\Gamma = -b S i \sin \Theta = -b S \frac{V \Pi(\sin(\Theta - \Theta_x)) \sin \Theta + b S \Omega \sin \Theta^2}{r}$$

Si d'une part

$$\Theta_x = \pi$$

et d'autre part

$$V > b S \Omega$$

alors

$$\forall \Theta : \Gamma = \frac{b S}{r} (V \Pi(\sin(\Theta)) \sin \Theta - b S \Omega \sin \Theta^2) \geq 0$$

La fonction moteur est réalisée. En ajoutant de plus l'approximation selon laquelle une fonction sinus n'est jamais qu'une sorte de fonction créneau un peu adoucie, soit

$$\sin \Theta \approx \Pi(\sin \Theta)$$

l'expression du couple et l'équation électrique deviennent

$$\Gamma = \frac{b S}{r} (V - b S \Omega) \quad \text{et} \quad V - b S \Omega = r i \Pi(\sin \Theta)$$

Soit encore en introduisant le courant

$$I = i \Pi(\sin \Theta)$$

qui circule non pas dans le cadre mais dans le circuit extérieur alimentant ce cadre, il vient alors

$$\Gamma = b S I \quad \text{et} \quad V - b S \Omega = r I$$

Le bilan de puissance est

$$\underbrace{V I}_{\text{puissance issue de la source } V} = \underbrace{r I^2}_{\text{puissance joule}} + \underbrace{(b S I) \Omega}_{\text{puissance mécanique}}$$

Il permet de décrire les trois régimes d'un convertisseur électromécanique :

signe de $V I$	signe de $\Gamma \Omega$	mode de fonctionnement
+	+	moteur
-	-	génératrice
+	-	frein

Dans le fonctionnement en moteur la puissance est prise depuis la source de tension V et apportée à la mécanique (au prélèvement des pertes Joules près) via le couple Γ .

Dans le fonctionnement en génératrice la puissance est prise dans le système mécanique qui permet que le cadre tourne dans un sens malgré un couple électromagnétique qui s'oppose à ce sens de rotation et est apportée à la source de tension V (toujours au prélèvement des pertes Joule près).

Dans le fonctionnement en frein la puissance est à la fois prélevée à la source de tension et dans le système mécanique qui permet que le cadre tourne dans un sens malgré un couple électromagnétique qui s'oppose à ce sens de rotation pour être toute entière dissipée en pertes Joule.

Équations du moteur à courant continu Les équations obtenues dans le cadre de l'analyse menée sur le cadre tournant dans une induction uniforme restent valables si d'une part plusieurs cadres décalés les uns avec les autres tournent dans cette induction et d'autre part si cette induction est produite par un système inducteur.

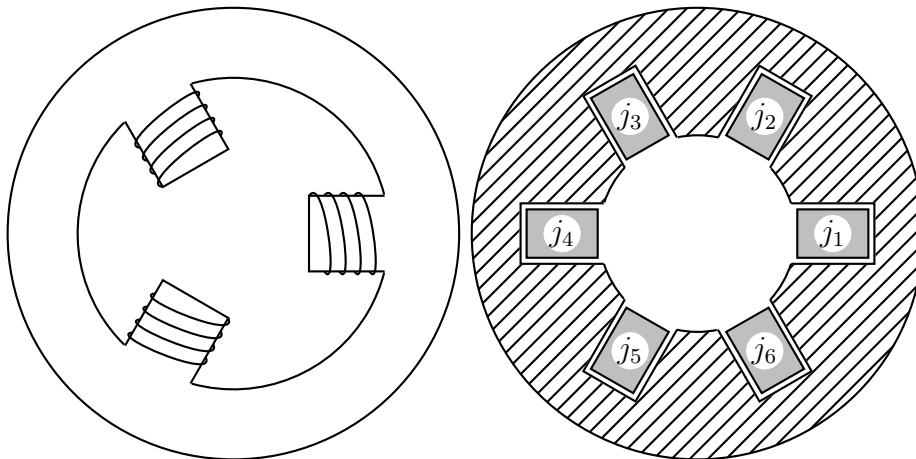
Dans ce cas elles prennent la forme

V, I, r	deviennent	V_2, I_2, R_2	
$b S$	devient	$k I_1$	I_1 le courant dans l'inducteur ; k un coefficient
		$V_1 = R_1 I_1$	V_1 la tension aux bornes de l'inducteur ;
			R_1 la résistance de l'inducteur
$V - b S \Omega = r I$	devient	$V_2 = R_2 I_2 + k I_1 \Omega$	
$\Gamma = b S I$	devient	$\Gamma = k I_1 I_2$	

et constituent les équations du régime établi des machines à courant continu étudiées dans l'exercice 1.

5.3 Alternateur synchrone élémentaire

Il est possible de créer une induction magnétique (presque) uniforme en espace mais dont la direction change constamment avec une vitesse angulaire ω . Ce résultat est obtenu sommairement en utilisant du courant triphasé qui alimente trois bobines disposées comme sur la partie gauche du dessin



le résultat est une induction à peu près uniforme dont la direction change à chaque instant. C'est un champ tournant qui tourne à la pulsation électrique ω selon

$$\vec{b} = b (\cos(\omega t) \vec{e}_x + \sin(\omega t) \vec{e}_y)$$

où \vec{e}_x et \vec{e}_y sont deux vecteurs de base du plan dans lequel sont placés les axes des bobines. Une amélioration de ce dispositif sommaire consiste à ne pas placer les allers et retours des courants sur un même plot mais à plutôt conducteurs dans des encoches comme sur la partie droite du dessin et de les relier aux courants de phase comme

$$\begin{array}{llll} j_1 = i_a & j_3 = i_b & j_5 = i_c & \text{allers} \\ j_4 = -i_a & j_2 = -i_b & j_6 = -i_c & \text{retours} \end{array}$$

de manière à obtenir le champ tournant à partir de trois bobines diamétrales qui assurent une zone d'induction magnétique uniforme presque dans tout le cylindre intérieur. Le problème d'un cadre tournant à la vitesse angulaire Ω placé dans ce champ tournant est exactement celui d'un cadre tournant à la vitesse angulaire $\Omega - \omega$ placé dans un champ statique.

Si donc $\Omega = \omega$, que le cadre est muni d'un système de bagues comme précédemment, les équations de régime établi sont

$$e_x + b S \Omega \sin(\delta) = r i$$

où δ est un angle constant qui correspond à l'angle Θ_x du paragraphe précédent. La tension extérieure e_x (on l'appelle la tension d'excitation) est continue et donc le courant i (on l'appelle le courant d'excitation) est continu ; le cadre se comporte alors comme un aimant tournant qui induit une force électromotrice \underline{E} de la forme

$$\underline{E} = k i \exp^{j \delta}$$

dans les bobines dont les équations électriques sont, pour le schéma monophasé équivalent

$$\underline{E} = R \underline{I} + j X \underline{I} + \underline{v}$$

où \underline{V} est l'amplitude complexe aux bornes des bobines, R et X leurs valeurs de résistance et de réactance.

Ces dernières équations restent valable pour des structures plus compliquées ; elle constituent les équations de l'alternateur synchrone étudié dans l'exercice 2.

5.4 Coénergie magnétique

Deux structures de convertisseurs électromécaniques élémentaires ont été étudiées pour ainsi dire à la main ; il serait fastidieux de procéder ainsi pour des convertisseurs plus compliqués sans disposer d'un outil un peu puissant.

L'outil existe évidemment, c'est une sorte d'énergie libre que les électriciens appellent la coénergie magnétique. Pratiquement c'est une fonction dont les arguments sont les courants électriques i_1, \dots, i_N présents dans le problème ainsi que les degrés de liberté mécaniques, dans le cas de machines tournantes ces degrés de liberté sont limités à l'angle Θ entre le stator et le rotor :

$$\overline{W}(i_1, \dots, i_N, \Theta)$$

Dans le cas linéaire l'expression de la coénergie est

$$\overline{W}(i_1, \dots, i_N, \Theta) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^N M_{np}(\Theta) i_n i_p$$

où les coefficients M_{np} sont les inductances mutuelles (propres si $n = p$) entre les courants i_n et i_p qui dépendent a priori du paramètre de position Θ et sont obtenues par un calcul électromagnétique.

La coénergie magnétique étant donnée, les équations électromécaniques s'en déduisent par

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \overline{W}}{\partial i_1} \right) + R_1 i_1 = V_1 \\ \dots \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \overline{W}}{\partial i_N} \right) + R_N i_N = V_N \\ \frac{d}{dt} \left(J \Omega \right) = \frac{\partial \overline{W}}{\partial \theta} + \Gamma_x \\ \frac{d\Theta}{dt} = \Omega \end{array} \right.$$

où R_1, \dots, R_N sont les résistances des circuits des courants i_1, \dots, i_N , J est le moment d'inertie du rotor et Γ_x le couple extérieur.

Il n'y a plus à réfléchir : les équations électromécaniques sont, comme on l'aura deviné, directement les équation d'Euler correspondant au lagrangien

$$\mathcal{L}(i_1, \dots, i_N, \Omega, \Theta) = \overline{W}(i_1, \dots, i_N, \Theta)$$

(les courants sont l'analogie de vitesses et ici il n'y a pas de variables de position associées) auquel est associé la fonction de dissipation

$$\mathcal{S}(i_1, \dots, i_N) = \frac{1}{2} \sum_n^N R_n i_n^2$$

le couple extérieur étant rangé dans la fonction de dissipation ou dans le lagrangien suivant sa nature.

L'analyse d'un dispositif électromécanique avec ce formalisme fait l'objet de l'exercice 3.

5.5 Références

- [1] G. Segulier, F. Notelet, « Électrotechnique industrielle », Technique et Documentation (Lavoisier), 1996. (Pour une approche électrotechnique de la conversion électromécanique.)
- [2] B. Nogarède « Electrodynamique appliquée », Dunod, 2005. (Pour une approche moderne des concepts de la conversion électromécanique.)

5.6 Exercices

1. Machine à courant continu

- a) Écrire les équations décrivant le régime établi d'une machine à courant continu à excitation séparée.
- b) Pour une tension imposée, tracer les courbes caractéristique Couple/Vitesse ; Puissance-mécanique/Vitesse ; Courant-absorbé/Vitesse dans le cas du montage série ; spécifier les zones de la courbe où la machine est : un moteur, un frein, une génératrice. Analyser la stabilité d'un point de fonctionnement dans le cas où le couple de charge est constant.
- c) Pour une tension imposée, tracer les courbes caractéristique Couple/Vitesse ; Puissance-mécanique/Vitesse ; Courant-absorbé/Vitesse dans le cas du montage shunt ; spécifier les zones de la courbe où la machine est : un moteur, un frein, une génératrice. Analyser la stabilité d'un point de fonctionnement dans le cas où le couple de charge est constant.

2. Alternateur synchrone

Un alternateur triphasé a les caractéristiques suivantes

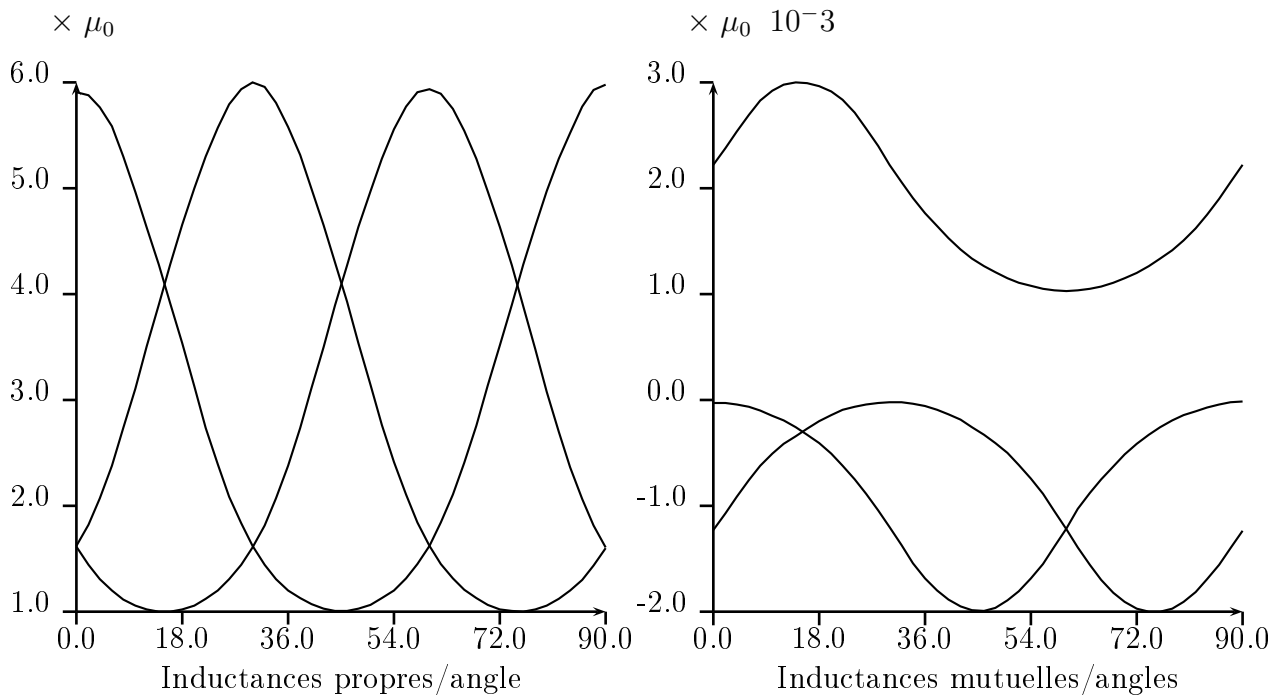
Vitesse	:	428.6 tr/mn		
Tension nominale	:	15.5 kV	Courant nominal	: 6333 A

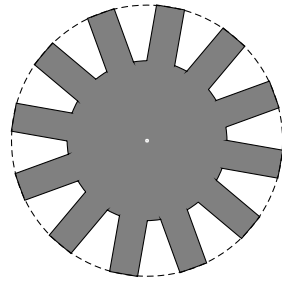
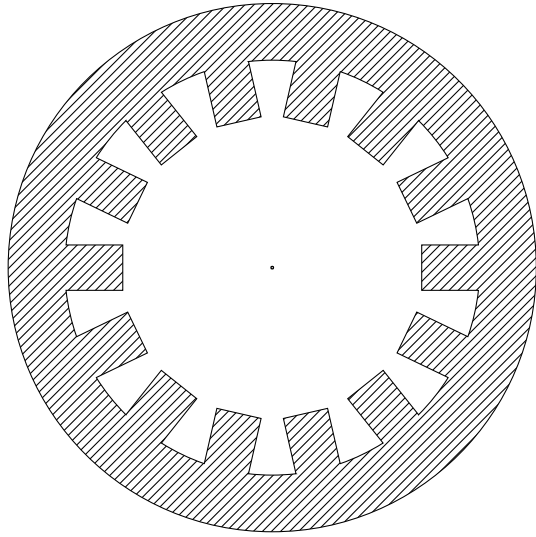
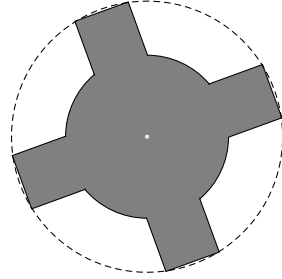
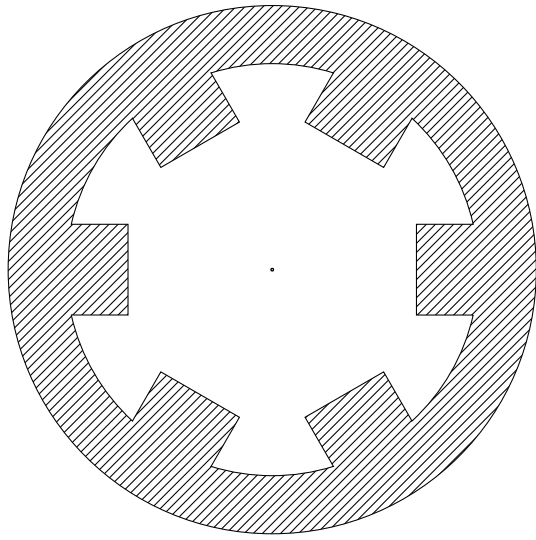
on néglige toute perte dans l'alternateur.

- a) Quel est le nombre de paires de pôles de l'alternateur ;
- b) Sachant qu'on obtient
- la tension nominale à vide avec un courant d'excitation de 1890 A
 - le courant nominal en court-circuit avec un courant d'excitation de 1675 A
- et en négligeant les pertes joules, trouver la réactance de l'alternateur.
- c) L'alternateur débite sur une résistance triphasée, pour un courant d'excitation donné :
1. tracer qualitativement les courbes Puissance-active/Résistance ; Puissance-réactive/Résistance ; Tension-de-sortie/Résistance ;
 2. donner l'expression du couple dans le cas où la résistance est égale à la réactance de l'alternateur ;
 3. tracer le lieu des points de fonctionnement possible de l'alternateur dans un plan dont l'abscisse est la puissance active et l'ordonnée le rapport de la tension de sortie sur la tension à vide (on éliminera la résistance de charge entre ces deux quantités).
- d) L'alternateur débite maintenant dans un « réseau infini » imposant la tension V ; on choisit l'angle interne comme paramètre, tracer qualitativement les courbes Puissance-active/angle-interne ; Puissance-réactive/angle-interne.

3. Moteur à reluctance variable switché

- a) Prendre la feuille fournie pour le moteur 6×4 , découper le rotor et le placer à l'intérieur du rotor au moyen d'une punaise ; visualiser les enroulements d'alimentation au stator.
- b) Imaginer la séquence d'alimentation électrique des enroulements au stator en s'amusant à faire tourner le rotor ; cette séquence imaginée, le couple fourni est-il constant ? Les inductances mutuelles entre les enroulements au stator jouent-elles un rôle ?
- c) Écrire les équations complètes du modèle électromécanique du moteur à reluctance variable switché en utilisant la coénergie magnétique ; poser les problèmes de dimensionnement géométrique et électrique afférents.
- d) Refaire la question b) pour le moteur 14×12 .





6 Démonstration d'éléments du génie électrique

Cette séance pratique sert d'illustration au cours SE141 "Eléments de base du génie électrique". Elle est effectuée sous forme de démonstration du fait de la non-habilitation électrique (BRV) des étudiants. Il s'agit d'une sensibilisation aux mesures électriques sur un transformateur, une machine asynchrone, un alternateur synchrone, afin d'identifier les schémas électriques équivalents.

6.1 Mesures de puissances sur un transformateur

Mesure de puissances en monophasé

Mesure de puissances en triphasé

6.2 Machine asynchrone

Essai à vide

Essai à rotor/stator ouvert

Essai en charge

Essai en frein/génératrice

Essai à une phase rotorique ouverte

Essai avec variateur

6.3 Alternateur synchrone

Essai à vide

Essai en court-circuit

Essai en charge

7 Étude de cas : Chauffage par induction

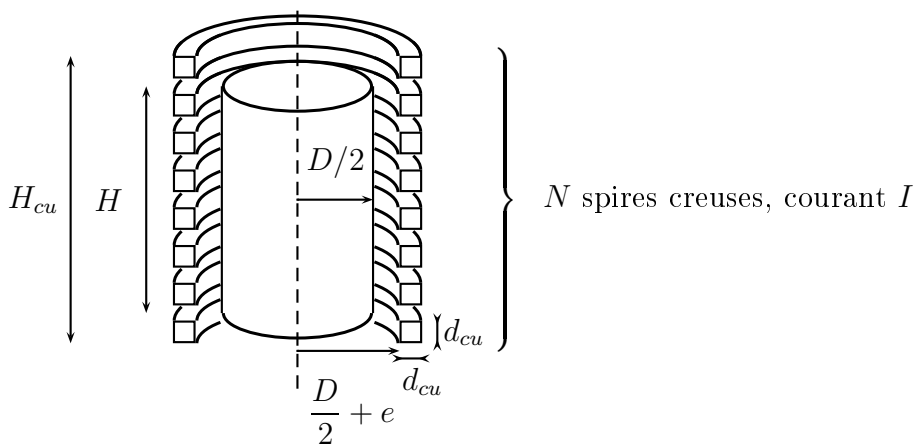
Il s'agit d'étudier un dispositif de chauffage par induction en vue du chauffage d'un cylindre d'acier à $1000^{\circ}C$. La documentation jointe sert de support pour les calculs.

7.1 Description du dispositif inducteur + induit

La pièce à chauffer est une billette circulaire d'acier magnétique de diamètre $D = 100mm$, de hauteur $H = 800mm$, de masse $50kg$.

L'inducteur est composée de $N = 20$ spires creuses de section extérieure d_{cu}^2 reliées en série. Le diamètre intérieur des spires est $D + 2e$. L'entrefer e est de $10mm$. La hauteur totale de l'inducteur est H_{cu} , variable en fonction du nombre de spires. Les spires sont refroidies par un circuit d'eau de débit d_t .

L'alimentation à résonance (redresseur triphasé / onduleur monophasé) fournit à l'inducteur un courant efficace I , de fréquence $f = 5kHz$. Un banc de capacités est mis en série avec l'inducteur pour annuler la puissance réactive aux bornes de l'onduleur monophasé.



billette circulaire d'acier masse m

Grandeurs physiques caractéristiques

Les grandeurs physiques suivantes seront utilisées pour l'étude de cas. Pour l'acier il s'agit de distinguer les grandeurs physiques en dessous du point de Curie (passage d'un état magnétique à amagnétique) ainsi qu'au dessus.

Acier		20°C	800°C
conductivité électrique	$\sigma (\Omega m)^{-1}$	5 10 ⁶	10 ⁶
conductivité thermique	$\lambda (W/m/^{\circ}C)$	60	30
perméabilité relative	μ_r	100	1
chaleur spécifique	$c_p (J/kg/^{\circ}K)$	650	2100
masse volumique	$\rho_v (kg/m^3)$	7960	
Chaleur latente (fusion)	$L_v(J/g)$	270	à 1535°C
Cuivre		20°C	
conductivité électrique	$\sigma (\Omega m)^{-1}$	5 10 ⁷	
conductivité thermique	$\lambda (W/m/^{\circ}C)$	350	
perméabilité relative	μ_r	1	
chaleur spécifique	$c_p (J/kg/^{\circ}K)$	380	
masse volumique	$\rho_v (kg/m^3)$	8870	
Chaleur latente (fusion)	$L_v(J/g)$	205	à 1083°C
Eau		20°C	
conductivité thermique	$\lambda (W/m/^{\circ}C)$	0.6	
chaleur spécifique	$c_p (J/kg/^{\circ}K)$	4180	
masse volumique	$\rho_v (kg/m^3)$	1000	

7.2 Etude

Dimensionnement électrique

1) Tracer la profondeur de peau en fonction de la fréquence. Expliciter les valeurs à 50 et 5000 Hz. En supposant que l'alimentation fournit à l'inducteur un courant efficace de 2000A, tracer la puissance injectée dans l'induit en fonction de la fréquence et la calculer à 50 et 5000 Hz. Conclure.

2) Pour la suite du problème, on supposera que la fréquence d'alimentation est de 5000 Hz, et que la puissance électrique injectée dans l'induit est de 300 kW. Sur une plage de température [20°C – 1000°C], calculer le courant inducteur, le champ magnétique, la section des conducteurs, et la densité de courant.

3) Pour une puissance électrique injectée dans l'induit de 300 kW, calculer les pertes Joules dans l'inducteur et le rendement.

Dimensionnement thermique

1) En négligeant les pertes thermiques sur l'induit, estimer le temps de chauffe nécessaire pour passer de 20°C à 1000°C pour une puissance électrique injectée dans l'induit de 300kW.

2) Tracer les pertes par rayonnement en fonction de la température. Déterminer le courant inducteur nécessaire au maintien en température à 1000°C. En tenant compte des pertes thermiques (prendre la valeur à 1000°C), estimer le temps de chauffe nécessaire.

3) Calculer la température maximum que l'on peut atteindre avec une puissance électrique injectée dans l'induit de 300kW. Calculer le temps nécessaire à la fusion de l'acier.

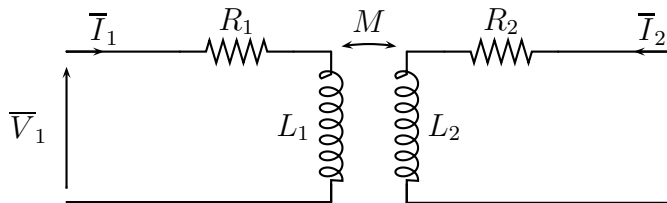
4) La température de l'eau de refroidissement de l'inducteur est de 20°C à l'entrée. On souhaite limiter l'augmentation de température de l'eau à 20°C. Calculer le débit d'eau nécessaire.

Détermination du convertisseur de puissance

- 1) Estimer la puissance réactive dans l'inducteur, l'entrefer et l'induit. Calculer la valeur du banc de condensateurs de compensation en série avec l'inducteur pour éliminer cette puissance réactive. Calculer la valeur du banc de condensateurs s'ils sont mis en parallèle avec l'inducteur. Commenter les avantages de chaque structure.
- 2) Donner le schéma électrique de l'ensemble redresseur triphasé à diodes / onduleur monophasé à résonance.
- 3) La tension de ligne du réseau alimentant l'étage redresseur est de $400V$. Calculer le courant fourni par le réseau, puis le courant et la tension dans l'étage redresseur.

Détermination du schéma électrique équivalent de l'ensemble inducteur+induit

L'ensemble électrique inducteur+induit se met sous la forme d'un schéma équivalent de type "inductance couplées", où 1 désigne l'inducteur et 2 l'induit qui est en court-circuit.



- 1) Donner la matrice impédance. Déterminer l'impédance Z_t telle que $V_1 = Z_t I_1$ en fonction des données précédentes à $5000 Hz$.
- 2) Inducteur seul : estimer R_1 et L_1 .
- 3) Induit seul : estimer R_2 et L_2 .
- 4) Estimer M .

Index

- à vide, 27
- AC, 22
- alimentation à résonance, 52
- alternateur synchrone, 43

- bague, 40
- balais, 41
- bobines couplées, 9
- bornier, 36

- cadre tournant, 39
- charge, 6
- charge électrique, 5
- chauffage par induction, 52
- chute de tension, 39
- circuit magnétique, 9
- coénergie magnétique, 44
- commande à flux constant, 34
- commande vectorielle, 35
- commutation, 40
- composant passif, 4
- condensateur, 4
- condensateur de démarrage, 35
- condensateur permanent, 35
- contact glissant, 41
- convertisseur, 22, 26
- couple d'un moteur asynchrone, 31
- couple de charge, 32
- courant de démarrage, 32
- courant nominal, 32
- courant statorique de moteur asynchrone, 32

- DC, 22
- différence de potentiels, 5
- diode, 25
- diphasé, 35

- en court-circuit, 27
- enroulement auxiliaire, 35
- enroulement principal, 35

- filtrage, 26
- flux magnétique, 5
- flux magnétique propre, 39
- force de Laplace, 39
- force électromotrice, 5

- glissement, 30
- grandeurs physiques de l'acier, 52
- grandeurs physiques du cuivre, 52

- hacheur, 28

- inductance, 4
- inductance cyclique, 11
- inductance de fuite, 23
- inductance de lissage, 26
- inductance de magnétisation, 23
- inductance mutuelle, 10
- inducteur, 52
- induction magnétique uniforme, 39
- induit, 52
- interrupteur, 25

- ligne électrique, 14
- ligne électrique sans pertes, 16
- Loi de Faraday, 39

- machine à courant continu, 46
- matrice admittance, 18
- modèle en Pi de ligne électrique, 15
- modèle monophasé de moteur asynchrone,
30
- monophasé, 6
- montage en étoile, 9
- montage en triangle, 8
- moteur à reluctance variable, 47
- moteur asynchrone, 30
- moteur asynchrone à changement de
polarité, 37
- moteur asynchrone monophasé, 35

- neutre, 9
- nominal, 23
- Norton, 6

- onduleur, 29, 52

- perte fer, 23, 33
- perte Joule, 33, 39
- perte mécanique, 33
- perte par courants de Foucault, 23
- perte par hystérésis, 23
- plaque signalétique, 23
- point de Curie, 52
- pôles, 30
- pont de Graëtz, 27
- primaire, 10
- profondeur de peau, 53
- puissance active, 6
- puissance apparente, 6

puissance apparente complexe, 6
puissance fluctuante, 6
puissance instantanée, 6
puissance réactive, 6

rapport de transformation, 22
redresseur, 52
régime sinusoïdal, 5
rendement d'une machine asynchrone, 32
répartition de puissances, 18
résistance, 4
rotor à cage, 30
rotor bobiné, 30
rotor de moteur asynchrone, 30

schéma équivalent, 22
secondaire, 10
sens d'échange des puissances, 16
stator de moteur asynchrone, 30

tension aux bornes, 5
tension de ligne, 9
tension de phase, 8
Thevenin, 6
thyristor, 25
transformateur à réglage en charge, 17
transformateur de réseau, 16
transformateur déphaseur, 18
transformateur monophasé, 22
transformateur triphasé, 23
transistor, 25
triphasé, 7
triphasé équilibré, 8

utilisation d'un moteur asynchrone (vitesse fixe), 34
utilisation d'un moteur asynchrone (vitesse variable), 34